

Respuestas a las preguntas

Lectura 1:

- Según la definición es posible ya que la única condición sobre f para ser función es que todo elemento del dominio tenga una única imagen, pero no dice nada de las preimágenes de elementos del codominio. De hecho, para $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ se tiene que -1 (y cualquier negativo) no tiene preimagen pues $f(x) = x^2 \neq -1$ para cualquier real x .
- 36 no tiene más preimágenes pues las preimágenes son soluciones de la ecuación cuadrática $(n - 10)^2 = 36$ que tiene a lo más 2 soluciones.
- La/las preimagen/preimágenes del 0 es/son el/los $n \in \mathbb{N}$ tal/tales que $f(n) = 0$, es decir, tales que $(n - 10)^2 = 0$, esto ocurre solo cuando $n - 10 = 0$, es decir, solo para $n = 10$.
- Depende del estudio de soluciones de la ecuación $f(n) = y$, para $y \in \mathbb{N}$ fijo. En particular, los que no tienen preimagen, son los $y \in \mathbb{N}$ con $\sqrt{y} \notin \mathbb{N}$. Los que tienen 2 son los naturales $y \in \mathbb{N}$ con $\sqrt{y} \in \mathbb{N}^*$ y el único que tiene una es el 0 .
- Para demostrar (III) consideramos $y \in f(A_1) \cup f(A_2)$, esto quiere decir que $y = f(a_1)$, $a_1 \in A_1$ o $y = f(a_2)$, $a_2 \in A_2$, lo que equivale a decir que $y = f(x)$, con $x = a_1 \in A_1$ o $x = a_2 \in A_2$ ($x \in A_1 \cup A_2$).
- No, la preimagen siempre existe, aunque no exista la función inversa.
- Para (I) está en el apunte y es similar a (I) de la proposición para las imagenes. (III) también es similar a la demostración dada acá arriba para f .

Lectura 2:

- Binarias quiere decir “entre dos elementos”
- “modelar” quiere decir escribir en lenguaje matemático.
- En el caso de funciones se vinculan los objetos del dominio con elementos del codominio.
- Porque cada par $(a, b) \in A \times B$ representa un “par de elementos relacionados”
- Las funciones son tríos donde se le llama grafo G a $\mathcal{R}$ y se cumple la condición adicional de que todo elemento del dominio A se relaciona con un **único** elemento de B .
- Lo especial es poder establecer relaciones para elementos en un conjunto, como ordenar los elementos, clasificarlos, etc.
- Porque es subconjunto del producto cartesiano $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- Si $A = \emptyset$, se tiene que el conjunto es vacío y se tiene la relación vacía.
- Es relación en A porque es subconjunto de $A \times A$, de hecho son los pares que tienen la misma imagen por f . La gracia de esta relación es poder clasificar los elementos del dominio según la imagen que tienen por f .

- Para $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$,

$$\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 = y^2\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y \vee x = -y\}.$$

Por ejemplo, $1\mathcal{R}1$, $\pi\mathcal{R}\pi$, $-\pi\mathcal{R}\pi$, etc.

- La relación de congruencia relaciona números que dejan el mismo resto al dividirlos por 3, por ejemplo $4 \equiv_3 7$, $-10 \equiv_3 13$, etc. La notación tiene que ver con el hecho de que se comporta como la igualdad de números aritméticamente (se verá después en el curso).
- $\mathcal{R}$ es relación en el conjunto A de palabras de un diccionario Español, donde $rbol\mathcal{R}casa$, $perro\mathcal{R}zanahoria$, ratón no está relacionado con canción, etc.
- Las propiedades capturan lo esencial de las relaciones de igualdad y de orden en los números reales. Con tales propiedades se pueden definir relaciones para clasificar y ordenar elementos de un conjunto. Las propiedades de los ejemplos se ven más abajo en la lectura, pero es bueno, en general, si uno tiene ejemplos de un tipo de objetos y define una propiedad que pueden cumplir tales objetos, preguntarse de inmediato si los objetos conocidos satisfacen o no las propiedades nuevas.
- La relación es $a\mathcal{R}b \iff f(a) = f(b)$.
- Si, por lo anterior, significa exactamente que se tiene la reflexividad.
- Dos números son congruentes módulo 3, o están relacionados bajo la congruencia módulo 3, si su diferencia es múltiplo de 3 o bien, si dejan el mismo resto al dividirlos por 3.
- La relación de orden en los reales o la de contención de conjuntos son relaciones de orden y en general las relaciones de orden reciben tal nombre porque permiten ordenar elementos de un conjunto.
- Para $\leq$ en $\mathbb{R}$, 4 y 5 son comparables pues $4 \leq 5$ y en general si se toman dos reales uno es menor o igual que el otro y por lo tanto son comparables. No es el caso de la contención de conjuntos ya que, si consideramos $[0, 1], [\frac{1}{2}, 2] \subset \mathbb{R}$ se tiene que $[0, 1] \not\subset [\frac{1}{2}, 2]$ y $[\frac{1}{2}, 2] \not\subset [0, 1]$ y por lo tanto no son comparables.
- Las relaciones de equivalencia sirven para clasificar.
- De equivalencia y de orden se ve ejemplo más adelante en la lectura ($\mathcal{R}_=$). De orden y no de equivalencia es el orden usual en los reales o la contención de conjuntos en el conjunto potencia de un conjunto.
- Porque la propiedad que define la simetría debe ocurrir para todo par de elementos y ahí se da un contraejemplo.
- Demuestra la transitividad de la relación.
- Porque dadas dos palabras, siempre una aparece antes que la otra.

Preguntas para reflexión personal: ¿Me hace sentido este contenido? ¿por qué? ¿me satisface la explicación que dí de la materia? ¿por qué? ¿estaba correcto y me gustó mi ejemplo? ¿por qué? ¿me sirvió la actividad? ¿por qué? ¿voy a tratar de estudiar el apunte (y otros!) como se propone en el lab? ¿por qué?