

Respuestas a las preguntas

Lectura 1:

- Por ejemplo, para ubicar puntos en el plano, lo hacemos con conjuntos de dos números, para los cuales importa el orden en que aparecen ya que el primero nos dice cuanto nos movemos horizontalmente con respecto a un origen y el segundo verticalmente.
- $a = -1, b = \pi, E = \mathbb{Z}, F = \mathbb{R}$.
- $(a, b) = (-1, \pi) = \{\{-1\}, \{-1, \pi\}\}$ y $(b, a) = (\pi, -1) = \{\{\pi\}, \{\pi, -1\}\}$. Se distingue el orden ya que son conjuntos distintos.
- La igualdad de pares ordenados o 2-tuplas es por definición igualdad de conjuntos ya que un par ordenado es un conjunto con dos elementos, donde tales elementos son: un conjunto con un elemento y otro conjunto con dos elementos. Con la proposición se gana una manera fácil de ver la igualdad de pares ordenados, solo hay que ver igualdad de elementos, coordenada a coordenada. Esto se generaliza a n -tuplas para las cuales sería más engorroso aún ver igualdad mediante conjuntos.
- La igualdad de conjuntos se define, como todas las relaciones entre conjuntos, mediante proposiciones lógicas, en este caso, si $A, B \subseteq E$ mediante

$$A = B \iff (\forall x \in E, x \in A \iff x \in B).$$

(La igualdad de la izquierda de la equivalencia es la nueva relación definida mediante la proposición lógica que usa objetos conocidos de la derecha.)

- Para la cadena de igualdades: en la primera y tercera igualdad se usa definición y en la segunda la hipótesis.
- Se tendría $a = b$ que no es el caso considerado.
- La relación de igualdad es fundamental para cualquier clase de objetos que se tenga porque con tal relación uno puede comparar. En este caso, la proposición entrega una caracterización sencilla para la igualdad que nos permite comparar por coordenada.
- $(1, -1, \pi)$ es 3-tupla, $(0, -\sqrt{2}, 1, 1)$ es una 4-tupla con 3-ésima coordenada 1 y 4-ésima coordenada 1.
- No ganamos mucho con gastar tiempo en hacer la formalidad y nos contentamos con saber que se tiene la propiedad fundamental.
- Símbolo nuevo $A \times B$ que se define mediante la relación de pertenencia y el conectivo lógico $\wedge$.
- si $a \neq 1$, entonces $(1, a) \neq (a, 1)$ por la propiedad fundamental para comparar pares ordenados. Si $a = 1$, entonces $(2, a) \neq (a, 2)$.
- Abstracción es “Separar por medio de una operación intelectual las cualidades de un objeto para considerarlas aisladamente o para considerar el mismo objeto en su pura esencia o noción.”

- Hay representación en rectángulos en el apunte. La utilidad es poder entender cómo funcionan las relaciones de conjuntos ya conocidas $\subseteq, \cap, \cup$ para estos nuevos conjuntos $A \times B$. En (II) vale la equivalencia si A y B no son vacíos. Si A o B es vacío, ver (I) y dar contraejemplo. En (IV) no se tiene la igualdad (pueden convencerse usando rectángulos y con eso dando un contraejemplo).
- Un elemento “arbitrario” de un conjunto es un elemento para el cuál no se asume ninguna otra propiedad además de ser elemento del conjunto.
- (I) por vacuidad (contradicción) y (IV) tomando un elemento arbitrario en la unión, usando la definición de pertenecer a la unión y (II).
- Ninguno tiene truco, simplemente tomar un elemento arbitrario del conjunto de la izquierda, usar la definición de producto cartesiano y equivalencias lógicas con los conectivos $\wedge, \vee$. Intentar deducir propiedades para $(A \times B)^c$, $A \times B \setminus C \times D$ y $A \times B \Delta C \times D$ usando representación con rectángulos.

Lectura 2:

- Se puede tener en mente $E = \mathbb{R}, \mathbb{Z}, \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \mathbb{R} \times \mathbb{Z}$, etc.
- Se definen los elementos del conjunto $\mathcal{P}(A)$ mediante una equivalencia lógica. Para $A = \mathbb{R}$, $C = [0, 1]$ se tiene $C \in \mathcal{P}(A)$.
- $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))) = \mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\})$ que es el conjunto de partes de un conjunto con dos elementos, digamos $a = \emptyset, b = \{\emptyset\}$. Entonces, $\{a, b\}$ tiene un subconjunto con un elemento ($\emptyset$), 2 subconjuntos con 1 elemento ($\{a\}, \{b\}$) y un subconjunto con 2 elementos ($\{a, b\}$). Por lo tanto $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$ tiene 4 elementos.
- El patrón en general es que, cada vez que se le agrega un elemento a un conjunto, su conjunto potencia se dobla en número de elementos (se pueden contar los subconjuntos que contienen al elemento nuevo y luego los que no) y, por lo tanto, cada conjunto en la cadena tendrá 2^n elementos, para algún n . En este caso particular se tienen los números: $2^0 = 1, 2^{2^0} = 2, 2^{2^{2^0}} = 4, 2^{2^{2^{2^0}}} = 16, 2^{2^{2^{2^{2^0}}}} = 2^{16}, \dots$
- No es equivalencia, tomar $X = \{1, 2, 3\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3\}$.
- Deducir o revisar el corolario 3.11 del apunte.
- Para $A = \mathbb{Z}$, $\mathcal{C}$ es un conjunto cuyos elementos son subconjuntos de A , luego $\mathcal{C}$ puede ser $\mathcal{C} = \{\{-1, 3, 90\}, \{p \in \mathbb{Z} : p \text{ primo}\}, \{n \in \mathbb{Z} : n \text{ es par}\}\}$.
- Clasificar es poner en clases, en el caso de las particiones las clases son subconjuntos del conjunto dado que cumplen las 3 propiedades de la definición. Podemos clasificar el conjunto de ropa en: poleras, calcetines, etc.
- La definición tiene que ver con clasificación, una en la cuál ninguna clase es vacía (¿para qué querríamos subdividir los elementos de un conjunto y considerar un subconjunto sin elementos?), las clases no tienen elementos en común y todos los elementos del conjunto están clasificados, es decir, están en algún subconjunto de la subdivisión hecha.

- La partición de $\mathbb{Z}$ mostrada lo es ya que ninguno de los dos conjuntos es vacío, su intersección sí es vacía y su unión es $\mathbb{Z}$.
- Clasificar los elementos de un conjunto poniéndolos todos en un mismo conjunto no parece ser muy óptimo ni poner un conjunto por cada elemento tampoco. Esto nos dice que, en principio, la primera y última partición no serían de gran utilidad.

Preguntas para reflexión personal: ¿Me hace sentido este contenido? ¿por qué? ¿me satisface la explicación que dí de la materia? ¿por qué? ¿estaba correcto y me gustó mi ejemplo? ¿por qué? ¿me sirvió la actividad? ¿por qué? ¿voy a tratar de estudiar el apunte (y otros!) como se propone en el lab? ¿por qué?