Respuestas a las preguntas

Lectura 1:

- 2 es factor de 6 o 2 divide a 6 o 6 es divisible por 2.
- n compuesto significa que no es primo, es decir que tiene un divisor d que no es ni 1 ni n, y como todo divisor de un número es menor o igual que el número, lo anterior equivale a que existe d divisor de n con $d \in \{2, ..., n-1\}$.
- Todos tienen divisores comunes pues 1 divide a cualquier natural. Hay un error en el apunte y debería decir "Dos números que no tienen divisores distintos de 1 se llaman primos relativos o coprimos". Por ejemplo el 1 con cualquier número, o dos números primos, o el 4 con el 15.
- Por ejemplo, la formula para la suma de los primeros n naturales o la cantidad de diagonales de un polígono regular de n lados.
- Ver por ejemplo este video.
- Por que son funciones proposicionales de una variable con la variable cuantificada, por ejemplo, $\forall n \in \mathbb{N}$, $P(n)$ con $P(n) : n < 2^n$.
- Enunciado variable que para cada valor de la variable se obtiene una proposición. El conjunto de referencia es el conjunto donde "viven" las variables de una función proposicional o predicado.
- Que uno puede usar la proposición equivalente para determinar el valor de verdad de la proposición.
- $P(n)$: 3 divide a n es un predicado con conjunto de referencia, por ejemplo, $\mathbb{Z}$. Evaluado fuera de $\mathbb{Z}$ sería considerar, por ejemplo, $P(\sqrt{2})$: $\sqrt{2}$ es divisible por 3, lo cual tiene sentido asumir que es falso.
- El axioma exactamente es que la equivalencia es verdadera.
- La ventaja del lado izquierdo es que, verificar el caso base en general es sencillo (es un caso particular) y que para demostrar la implicancia se asume que se tiene la información, es decir, son verdaderas $P(n_0+1), ..., P(n-1)$. Esto en contraste con querer demostrar que para n cualquiera $P(n)$ es verdadera sin información adicional "a priori".
- $P(n) : n^2 > 5n+3$, $n \geq 6$. La equivalencia se ve como

  $$6^2 > 5\cdot 6+3 \wedge (\forall n \geq 7,\ 7^2 > 5\cdot 7+3 \wedge ... \wedge (n-1)^2 > 5(n-1)+3 \Longleftrightarrow \forall n \geq 6, n^2 > 5n+3.$$

- La inducción no es el único método, por ejemplo, si $P(n)$ es una implicancia, podemos usar el método de demostración por contradicción. Un ejemplo concreto sería si queremos demostrar que $(-1)^n + 1$ es par para cualquier n natural, podemos proceder por casos (primero n par y luego n impar) lo que hace fácil la demostración, de hecho más corta que con inducción. La potencial o eventual ventaja de la inducción es que se tiene la información $P(n_0), ..., P(n-1)$ y si $P(n)$ se relaciona con las proposiciones anteriores, puede funcionar muy bien. Es lo que pasa, por ejemplo, con las recurrencias.

- Se necesita la última frase para decir que estamos demostrando algo equivalente y por eso lo que queremos demostrar también es verdadero.
- "Fuerte" por que asumimos más que solo $P(n-1)$.
- $P(n) : \forall n \geq 2, \exists p \in \mathbb{N}$ primo tal que p divide a n.
- La hipótesis fuerte se usó porque d no necesariamente es $n-1$, si no cualquiera menor que n.
- Se debería concluir como el ejercicio anterior pero a veces se omite simplemente, lo que en estricto rigor no sería correcto.

Lectura 2:

- Es la que se obtiene con las proposiciones y conectivos lógicos usuales (sin cuantificadores).
- La Lógica de Primer Orden es la que se obtiene luego de agregar los cuantificadores $\forall$, $\exists$ a la Lógica Proposicional.
- Para evitar ciertas paradojas y dar más rigor a la teoría usual de modo que, por ejemplo, se puedan estudiar otros conjuntos de axiomas.
- No necesitarán la teoría axiomática en plan común.
- Que se tenga $P(e)$ quiere decir que $P(e)$ es verdadera.
- $\forall x \in E, x \in A \Leftrightarrow P(x)$ se puede entender como una proposición del tipo $\forall x \in E, Q(x)$, donde $Q(x) : x \in A \Leftrightarrow P(x)$ y es lo que define al conjunto A, se está definiendo $x \in A$ mediante una equivalencia, es decir, $x \in A$ es verdadera si $P(x)$ es verdadera.
- Se lee "A igual al conjunto de todos los elementos de E tales que $P(x)$ es verdadera".
- Porque hay muchas maneras de dibujarlos y en muchos casos no representan bien los conjuntos, por ejemplo, si queremos $\mathbb{Q} \cap [0,1]$.
- Por ejemplo, la intersección de rectángulos, que sería la otra elección natural, d aorigen a más rectángulos y se puede perder la visual de cuántos conjuntos se están intersectando. La intersección de circulos diferentes nunca es un círculo.
- El conjunto vacío cumple una función similar a la del cero en cuanto a ser el neutro para cierta operación. También simplifica el lenguaje bastante al no tener que considerar otro tipo de objetos o excepciones cuando, por ejemplo, la intersección de dos conjuntos es vacía (que equivale generalmente a que hay objetos que no comparten ciertas propiedades).
- La igualdad en todo ámbito es fundamental porque nos permite comparar y clasificar, conceptos en el corazón de las matemáticas.
- Si, las relaciones de conjuntos se definen a través de proposiciones lógicas, la igualdad en particular, a través de una equivalencia lógica.
- Generalmente, proposiciones equivalentes dan origen a conjuntos iguales, luego es natural que se dé el caso de verificar si dos conjuntos son iguales ya que ciertos objetos pueden satisfacer propiedades aparentemente diferentes como por ejemplo, que un número real x esté entre 0 y 1, y que un número real x cumpla que $x(x-1) < 0$.

- La contención se define mediante una implicancia lógica, luego es cierto que demostrar contención se reduce a demostrar una implicancia lógica. Si $A = \{x \in E \,|\, P(x)\}$ y $B = \{x \in E \,|\, Q(x)\}$, entonces $A \subseteq B$ equivale a demostrar que $P(x) \Rightarrow Q(x)$. Por ejemplo si $E = \mathbb{Z}$, $P(x) : x$ es múltiplo de 4 y $Q(x) : x$ es múltiplo de 2, entonces $A \subseteq B$ debido a la implicancia "ser mpultiplo de 4 implica ser múltiplo de 2".

- La intersección se define mediante un "y" lógico y la unión mediante un "o" lógico, luego pertenecer a la intersección/unión se traduce en que cierta proposición del tipo $p \wedge q / p \vee q$ sea verdadera.

Preguntas para reflexión personal: ¿Me hace sentido este contenido? ¿por qué? ¿me satisface la explicación que dí de la materia? ¿por qué? ¿estaba correcto y me gustó mi ejemplo? ¿por qué? ¿me sirvió la actividad? ¿por qué? ¿voy a tratar de estudiar el apunte (y otros!) como se propone en el lab? ¿por qué?