Auxiliar extra
Repaso examen

Profesor: Patricio Felmer
Auxiliares: Matías Carvajal y Nicolás Fuenzalida

P1.- Demuestre que existen infinitos $x \in \mathbb{R}$ tales que $\tan(x) = \cos(x)$.

P2.-

a) Estudie la continuidad y derivabilidad en $x_0 = 0$ de la función $f(x) = e^{-|x|}$.

b) Considere la función $F : (1, \infty) \to \mathbb{R}$ dada por

$$F(x) = \int_1^x \ln((t \cdot x)^x) dt$$

Demuestre que $F'(x) = (4x - 1)\ln(x)$ para todo $x \in (1, \infty)$.

P3.- Considere las curvas en coordenadas polares definidas por

$$\mathcal{C}_1 : r = 4\operatorname{sen}(\theta), \text{ con } \theta \in [0, \pi],$$
$$\mathcal{C}_2 : r = 4\operatorname{sen}(3\theta), \text{ con } \theta \in [0, \pi].$$

i) Bosqueje ambas curvas en el mismo dibujo.

Considere ahora la región $\mathcal{R}$ que se encuentra entre las curvas $\mathcal{C}_1$ y $\mathcal{C}_2$.

ii) Determine una fórmula integral para obtener el área de la región. No es necesario que evalúe las integrales.

Hint: Puede usar la identidad $\operatorname{sen}(3\theta) = 4\cos^2(\theta)\operatorname{sen}(\theta) - \operatorname{sen}(\theta)$.

$\boxed{\textbf{P4.-}}$ Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función continua y no negativa en $[a, b]$. Pruebe que si $\int_a^b f = 0$, entonces

$$f(t) = 0 \text{ para todo } t \in [a, b].$$

$\boxed{\textbf{P5.-}}$ Calcule la primitiva de

$$f(x) = e^{\cos(2x)} \cos^2(x) \operatorname{sen}(2x).$$