Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA1002 – Cálculo Diferencial e Integral

RP Nº 20: Aplicaciones de la integral

Profesor: Patricio Felmer
Auxiliares: Matías Carvajal y Nicolás Fuenzalida

◦ Gira gira

Considere la región R interior al contorno cerrado formado por las curvas $x = y^2$ e $y = x^2$.

1. Encuentre el área de la región R.
2. Encuentre el área de la superficie exterior engendrada al girar la región R en torno al eje OX.

◦ Área en espiral

Considere la espiral de Arquímedes definida en coordenadas polares por la ecuación $r = \phi$, para $\phi \in [0, 4\pi]$, (dos vueltas completas).

Calcule el área de la región encerrada entre la primera y segunda vuelta de esta curva. Es decir, el área de la región sombreada en la figura 1.

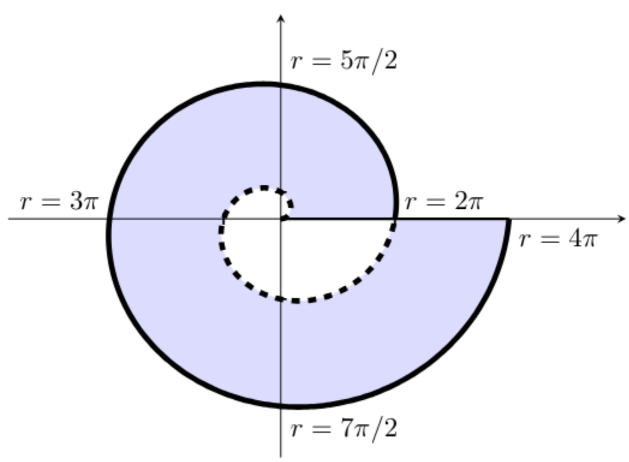

Figura 1: La Espiral de Arquímedes. La primera vuelta ($r \in [0, 2\pi]$) se ilustra con una línea punteada, y la segunda vuelta ($r \in [2\pi, 4\pi]$), con una línea sólida. Algunos valores de r están indicados para la segunda vuelta.

Comentario En caso de ser necesario, se pueden graficar las funciones en coordenadas polares en la siguiente página: Desmos

◦ **Rectificación**

Encuentre la longitud de la curva $y = \int_1^x \sqrt{\sqrt{t} - 1}\mathrm{d}t$ con $x \in [1, 16]$.

◦ **Volumen en movimiento**

Considere las funciones $f : [0, 4] \to \mathbb{R}$ y $g : [0, 4] \to \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = 2\sqrt{4 - x}$ y $g(x) = x - 1$. Sea $\mathcal{R}$ la región del primer cuadrante encerrada bajo ambas funciones, es decir:

$$\mathcal{R} = \{(x, y) | x \in [1, 4], 0 \le y \le \text{mín}\{f(x), g(x)\}\},$$

como muestra la Figura 2.

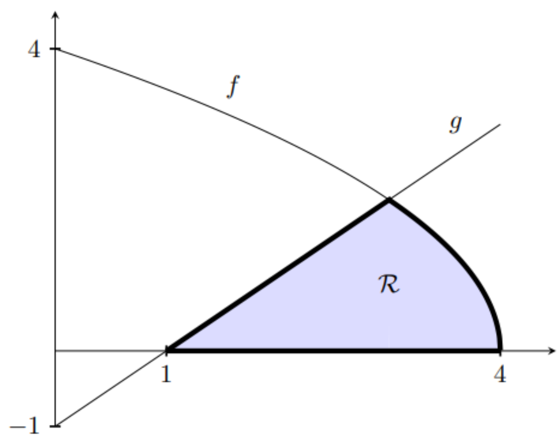

Figura 2: Esquema de la región $\mathcal{R}$.

encontrar el volumen al girar la región $\mathcal{R}$ en torno al eje OY.