

RP N° 7: Derivadas, Taylor y optimización

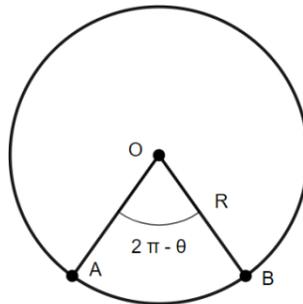
Profesor: Patricio Felmer
Auxiliares: Matías Carvajal y Nicolás Fuenzalida

◦ Anti-derivada

Considere la función dada por $f(x) = 2x \cdot (\sin(2x) + x \cos(2x))$. Encuentre una función F tal que $F'(x) = f(x)$.

◦ Maximizar con derivadas

A partir de un círculo de papel de radio R , se desea construir un cono recortando del círculo el sector circular OAB de ángulo central $2\pi - \theta$ y juntando los segmentos OA y OB de modo que coincidan (ver figura). Se formará de este manera un cono recto circular cuya base es un círculo de perímetro igual a la longitud del arco que queda después del corte.



Sabiendo que el volumen del cono recto circular de radio basal r y altura h viene dado por la fórmula $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, encontrar las dimensiones del cono de volumen máximo.

◦ Taylor

Considere la función $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \sqrt{x}$.

- Encuentre el polinomio de Taylor $T_f^1(x - \bar{x})$ de orden 1 de f en torno a $\bar{x} = 9$.
- Demuestre que el error de aproximación de f por T_f^1 en el intervalo $[9, 10]$ es menor que 10^{-2} , es decir, demuestre que $|f(x) - T_f^1(x - \bar{x})| \leq 10^{-2}$ para todo $x \in [9, 10]$.