Auxiliar 9

Decisión de instalaciones y Simulación

Profesor: Andre Carboni, Azucena Orellana, Andrés Weintraub.
Auxiliares: Vicente Bossa, Benjamín Carmona, Camila Carrasco, Camilo Escalante, Catalina Lagos, Pedro Maldonado, Catalina Miranda, Diego Moreno, Nicolás Pacheco, Nicolás Sepúlveda, Sofía Valencia.

Pregunta 1

Debido a que el Grinch destruyó la megafábrica del Polo Norte que era la única capaz de producir y distribuir a todo el mundo en una noche, el Viejito Pascuero se está preparando para distribuir juguetes a K ciudades durante T periodos. Él cuenta con L posibles locaciones para establecer sus nuevas fábricas de juguetes, desde donde producirá y enviará los juguetes que necesitan ser entregados en Navidad para cada ciudad del mundo.

Las fábricas en las distintas locaciones tienen diferentes capacidades de producción, costos de transporte y producción que varían según el periodo, ya que están sujetos a la rotación de elfos y al mantenimiento de los trineos mágicos. La fábrica en la locación l puede producir $u_{l,t}$ juguetes en el periodo t, y el costo de transportar una unidad de juguete desde la locación l hasta la ciudad k en el periodo t es de $p_{l,k,t}$. El costo de producir un juguete en la locación l en el periodo t es de $c_{l,t}$.

Si se decide abrir una fábrica en la locación l, le cuesta a Viejito Pascuero b_l, mientras que iniciar el envío de juguetes entre la fábrica en l y la ciudad k en el periodo t cuesta $r_{l,k,t}$.

El viejito pascuero debe repartir a cada ciudad k en el periodo t, $D_{k,t}$ juguetes. Sin embargo, debido a las limitaciones mágicas de los trineos, no se pueden realizar envíos desde una locación l si la distancia hasta la ciudad k excede DM. La distancia entre la locación l y la ciudad k es $d_{l,k}$.

Plantee un modelo de programación lineal que permita al Viejito Pascuero cumplir con sus entregas navideñas minimizando sus costos.

Pauta

Conjuntos

- Ciudades: K
- Períodos: T
- Localizaciones: L

Parámetros

- Capacidad de producción de la fábrica l en el periodo t: $u_{l,t}$
- Costo unitario de transporte de juguetes desde la locación l hasta la ciudad k en el periodo t: $p_{l,k,t}$
- Costo unitario de producción de juguetes en la locación l en el periodo t: c_l
- Costo de abrir una fábrica en la locación l: b_l
- Costo fijo de envío de juguetes entre la fábrica en l y la ciudad k en el periodo t: $r_{l,k,t}$
- Demanda de juguetes en la ciudad k en el periodo t: $D_{k,t}$
- Distancia máxima de envío: DM
- Distancia entre la locación l y la ciudad k: $d_{l,k}$

Variables de decisión

- $P_{l,t}$: Cantidad de juguetes producida en la fábrica l en el período t.
- X_l: Variable binaria que indica si se abre la fábrica en la locación l.
- $Y_{l,k,t}$: Variable binaria que indica si se envían juguetes desde la fábrica l a la ciudad k en el período t.
- $E_{l,k,t}$: Cantidad de juguetes enviados desde la locación l hasta la ciudad k en el período t.

Restricciones

1. Satisfacción de la demanda:

$$\sum_{l \in L} E_{l,k,t} \geq D_{k,t}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T$$

2. Capacidad de producción de las fábricas:

$$P_{l,t} \leq u_{l,t} \cdot X_l, \quad \forall l \in L, \forall t \in T$$

3. Variable binaria de envíos (para un M muy grande):

$$M \cdot Y_{l,k,t} \geq E_{l,k,t}, \quad \forall l \in L, \forall k \in K, \forall t \in T$$

4. Distancia máxima de envío:

$$Y_{l,k,t} \cdot d_{l,k} \leq DM, \quad \forall l \in L, \forall k \in K, \forall t \in T$$

5. Envío de juguetes producidos:

$$\sum_{k \in K} E_{l,k,t} \leq P_{l,t}, \quad \forall l \in L, \forall t \in T$$

6. Naturaleza de las variables:

$$P_{l,t}, E_{l,k,t} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall l \in L, \forall ki \in K, \forall t \in T$$

$$X_l, Y_{l,k,t} \in \{0,1\} \quad \forall l \in L, \forall k \in K, \forall t \in T$$

Función Objetivo

Minimizar el costo total incluyendo: costos de transporte (unitarios y fijos), costos de producción y costos de aperturas de fábricas,

$$\text{Minimizar} \left(\sum_{l \in L} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} Y_{l,k,t} \cdot r_{l,k,t} + E_{l,k,t} \cdot p_{l,k,t} \right) + \left(\sum_{l \in L} \sum_{t \in T} P_{l,t} \cdot c_l \right) + \left(\sum_{l \in L} X_l \cdot b_l \right)$$

Pregunta 2

Una sucursal de banco desea implementar una política de atención que se enfoca en diferenciar dos tipos de clientes: aquellos que realizan transacciones más sencillas y rápidas y aquellos que realizan trámites generales. Actualmente esta sucursal cuenta con dos cajas para las cuáles los clientes hacen una fila única. La idea consiste en incluir una tercera caja, que tendría una "fila rápida".

Además, para acomodarse a la demanda de los clientes, pretenden poder cambiar el tipo de caja, a una de atención rápida a normal y viceversa, aunque este cambio sólo se podría realizar cada una hora. El horario de atención es desde 9:00 am hasta las 14:30.

(a) Si quisiera hacer una simulación para analizar la posibilidad de implementar este sistema, ¿Qué datos necesitaría obtener? ¿Cuáles serían algunas variables de estado, variables de decisión y variables de interés?

(b) La gerenta le ha solicitado a usted realizar una simulación del funcionamiento actual de un día común en la sucursal. Se ha determinado, mediante análisis de datos anteriores, que en este tipo de días llegan en promedio 15 clientes por hora, y que cada caja atiende a una tasa de 12 clientes por hora. Como dato adicional, considere que si aún quedan clientes dentro del banco a la hora de cierre deben atenderlos de igual forma y que las 2 cajas que posee la sucursal se encuentran abiertas desde las 9:00 hasta que se va el último cliente.

Pauta:

(a)

Datos necesarios para la simulación:

- Tasa de llegada de clientes con trámites con duración normal (únicamente asignables a la cola normal).
- Tasa de atención de clientes con trámites con duración normal.
- Tasa de llegada de clientes con trámites de duración corta (asignables a la cola normal y a la cola rápida)
- Tasa de atención de clientes con trámites con duración corta. Estas serían necesario estimarlas con datos históricos, por ejemplo para la tasa de atención si se conoce el tiempo promedio que toman las transacciones en la categoría "rápidas", y para el caso de las tasa de llegada sabiendo la proporción de clientes que realizan cada trámite.
- Generador de V.A. para obtener horas de llegadas de clientes/as y tiempo de atención para cada uno.
- También se puede pedir una base de datos con estos tiempos (o medirlos) y generar variables aleatorias y sus parámetros a partir de distribuciones ajustadas o empíricas de los datos.

Variables de estado:

- Cantidad de clientes en cada fila (rápida y normal)

- Estado del cajero (ocupado o no) para cada caja (rápida y normal).
- Tiempo que lleva cada cliente esperando en la fila (rápida y normal).
- Cantidad de clientes atendidos hasta el momento.
- Estado de caja (rápida o normal) para saber su uso en cada hora.

Variables de interés:

- Tiempo promedio de espera de los clientes en cada cola por hora.
- Cantidad promedio de clientes en cada cola por hora.

Variables de decisión:

- Decisión de asignar un cliente de trámite corto a la fila rápida o a la normal.
- Opción de cambiar el tipo de caja (de rápida a normal y viceversa).

(b)

Ver resolución en archivo excel

Pregunta 3 (Propuesto)

Dado el crecimiento sostenido del mercado de cervezas artesanales, la cervecería "Los Torreones" desea evaluar la localización de sus plantas productivas y la selección de proveedores de cebada, fijando como objetivo la disminución de costos.

Para lo anterior, el gerente de logística le da información del mercado de la cerveza y sus movimientos. Para la producción de cerveza es necesario contar con cebada, la cual se consigue con los proveedores existentes en el país.

Considere que existe un conjunto P de proveedores de malta y un conjunto K de bares que demandan cerveza. Cada uno de estos bares demanda una cantidad D_{kt} de litros de cerveza en el período t.

Cada uno de los proveedores posee una producción CM_{pt} de toneladas de cebada por período con un costo CV_{pt} unidades monetarias por tonelada de cebada. Dadas condiciones de los proveedores existentes, al momento de realizar un contrato con ellos, se tiene que este contrato se mantendrá hasta finalizar el horizonte de evaluación T y hay que pagar un costo fijo de CFP_p por cada período. Estudios preliminares han identificado la calidad de la cebada de los distintos proveedores en las distintas plantaciones, por lo que se ha estimado el parámetro r_p, que corresponde a la cantidad de cerveza que se puede producir por tonelada de cebada del proveedor p.

Con respecto a las fábricas de cervezas, se tiene un conjunto F de posibles localizaciones, con $F0 \subseteq F$, el conjunto de localizaciones ya habilitadas al comienzo del horizonte de evaluación. Estas fábricas tienen una capacidad de producción $CapF_y$ y sus costos de producción varían cada período debido al sindicato de trabajadores y a variaciones en los precios de los otros insumos, siendo de CP_t por litro de cerveza producido.

El costo de habilitar una fábrica en el período t es de CFF_{ft} unidades monetarias. Considere los costos F_{pt} por tonelada de cebada transportada de p a la fábrica f en el período t y G_{fkt} por litro de cerveza de la fábrica f a la cervecería k en el período t. Plantee un modelo para resolver el problema propuesto.

Pauta:

Conjuntos

- Proveedores: P
- Bares: K
- Periodos: T
- Localizaciones posibles: F
- Localizaciones iniciales: F_0

Parámetros

- Demanda del bar k en el periodo t: D_{kt}

- Producción, en toneladas, de cebada del proveedor p en el periodo t: CM_{pt}
- Costo de comprar cebada al proveedor p en el periodo t: CV_{pt}
- Costo fijo por periodo de hacer negocios con el proveedor p: CFP_p
- Factor de producción de cerveza con el proveedor p: r_p
- Capacidad de la fábrica f: CAP_f
- Costo de producción, por litro de cerveza producido en la fábrica f, periodo t: CP_{ft}
- Costo de habilitar una fábrica en el periodo t: CFF_t
- Costo de transporte por tonelada de cebada, desde el proveedor p a la fábrica f en el periodo t: F_{pft}
- Costo de transporte, por litro de cerveza, desde la fábrica f al bar k en el periodo t: G_{fkt}

Consideraciones

1. Satisfacer la demanda de todos los bares

Definimos la variable $w_{fkt} \in \mathbb{N}$, que indica cuántos litros de cerveza se envían desde la fábrica f al bar k en el periodo t. La restricción es:

$$\sum_{f \in F} w_{fkt} \geq D_{kt}$$

2. Continuidad de contratos con proveedores

Definimos la variable z_{pt} como:

$$z_{pt} = \begin{cases} 1 & \text{si el contrato con el proveedor } p \text{ está activo en el periodo } t \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

La restricción es:

$$z_{pt} \leq z_{p(t+1)}$$

3. Respetar la capacidad de producción de cada proveedor

Definimos la variable $b_{pft} \in \mathbb{N}$, que indica cuánta cebada se pedirá al proveedor p para la fábrica f en el periodo t. La restricción es:

$$\sum_{f \in F} b_{pft} \leq CM_{pt} \cdot z_{pt}$$

4. Producción acorde a la disponibilidad de insumos

La producción de la fábrica f en el periodo t, representada por $u_{ft} \in \mathbb{N}$, debe respetar la cantidad de insumos disponibles:

$$\sum_{p \in P} b_{pft} \cdot r_p \geq u_{ft}$$

5. Respetar la capacidad de cada fábrica

La producción de la fábrica f en el periodo t debe cumplir con la capacidad de la fábrica:

$$u_{ft} \leq CAP_f$$

6. Flujo de fábricas a bares

El total de cerveza enviada desde la fábrica f a los bares no puede exceder la producción de la fábrica:

$$\sum_{k \in K} w_{fkt} \leq u_{ft}$$

7. Habilitación de fábricas

Definimos la variable H_{ft} como:

$$H_{ft} = \begin{cases} 1 & \text{si la fábrica } f \text{ está habilitada en el periodo } t \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Las restricciones son:

$$u_{ft} \leq M \cdot H_{ft}, \quad w_{fkt} \leq M \cdot H_{ft}, \quad b_{pft} \leq M \cdot H_{ft}$$

donde M es un número grande que garantiza que si $H_{ft} = 0$, entonces $u_{ft}, w_{fkt}, b_{pft} = 0$.

Costos

1. Costo de comprar cebada

$$\sum_{t \in T} \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} b_{pft} \cdot CV_{pt}$$

2. Costo de los contratos activos

$$\sum_{p \in P} \sum_{t \in T} CFP_p \cdot z_{pt}$$

3. Costo de producción

$$\sum_{t \in T} \sum_{f \in F} u_{ft} \cdot CP_{ft}$$

4. Costo de habilitar fábricas

$$\sum_{t \in T} \sum_{f \in F} H_{ft} \cdot CFF_t$$

5. Costos de transporte

$$\sum_{p\in P}\sum_{f\in F}\sum_{t\in T} b_{pft}\cdot F_{pft} + \sum_{f\in F}\sum_{k\in K}\sum_{t\in T} w_{fkt}\cdot G_{fkt}$$

Función objetivo

Minimizar:

$$(1) + (2) + (3) + (4) + (5)$$

Restricciones

$$z_{pt} \leq z_{p(t+1)} \quad \forall p \in P, \forall t \in T$$
$$\sum_{f\in F} b_{pft} \leq CM_{pt}\cdot z_{pt} \quad \forall p \in P, \forall t \in T$$
$$\sum_{p\in P} b_{pft}\cdot r_p \geq u_{ft} \quad \forall f \in F, \forall t \in T$$
$$u_{ft} \leq CAP_f \quad \forall f \in F, \forall t \in T$$
$$\sum_{k\in K} w_{fkt} \leq u_{ft} \quad \forall f \in F, \forall t \in T$$
$$u_{ft} \leq M\cdot H_{ft} \quad \forall f \in F, \forall t \in T$$
$$w_{fkt} \leq M\cdot H_{ft} \quad \forall f \in F, \forall t \in T$$
$$b_{pft} \leq M\cdot H_{ft} \quad \forall f \in F, \forall t \in T$$

Condiciones de borde

$$H_{f0} = 1 \quad \forall f \in F_0, \quad H_{f0} = 0 \quad \forall f \notin F_0$$
$$z_{p0} = 0 \quad \forall p \in P$$

Naturaleza de las variables

$$H_{ft}, z_{pt} \in \{0,1\} \quad \forall f \in F, \forall t \in T, \forall p \in P$$
$$w_{fkt}, b_{pft}, u_{ft} \geq 0 \quad \forall f \in F, \forall t \in T, \forall p \in P, \forall k \in K$$