

Pauta Examen

Profesor: Iván Álvarez

Auxiliares: Josué Guillen y Guillermo Morales

Ayudantes: Camila Aguillón, Ricardo Bonilla, Gonzalo Cea, Bastián Iratchet, Raúl Sandoval y Francisca Santa Cruz

Duración: 2 horas y media

1. Responda (verdadero o falso) justificando su respuesta **(2,4 pts c/u)**:

a) Una empresa será rentable para un inversionista, si el retorno sobre el patrimonio (ROE: Return on Equity), es al menos igual que el Costo del Capital determinado a través del CAPM.

Falso:

El CAPM proporciona la rentabilidad mínima exigida por los accionistas a la empresa.

El ROE (= Utilidad Neta/Patrimonio) es lo que se obtiene con la operación de la empresa.

El ROE que es lo obtenido, debe ser mayor que lo exigido.

b) Debido a que el riesgo no sistemático puede eliminarse mediante la diversificación, la recompensa para un inversionista por asumir riesgo depende únicamente del nivel de riesgo sistemático.

Verdadero

La riesgo no sistemático se puede reducir o eliminar, invirtiendo en varios activos

c) Las empresas que anuncian un aumento en sus dividendos encuentran que en general el precio de su acción también aumenta. Esto prueba que las empresas pueden aumentar su valor de mercado de largo plazo cambiándose a un régimen con un pago alto de dividendos.

Falso. Olvidando los impuestos, la política de dividendos no afecta el valor de la empresa. Los tenedores de acciones estarán indiferentes entre ganancias de capital o dividendos. La primera frase del enunciado es empíricamente verdadera. El motivo es que aumentos en el pago de dividendos acarrea información sobre el desempeño de la empresa. Lo que está produciendo el aumento en el precio de la acción son las expectativas de ganancias futuras mayores. Las empresas NO pueden beneficiarse por sólo cambiar su política de dividendos.

d) Si la tasa de crecimiento de los dividendos de una empresa se estima en 5,25%, y el precio de su acción hoy es \$51. Su próximo pago de dividendos es de \$1,60 por acción. Un analista financiero le menciona que la tasa de rendimiento anual sería de un 9,3% ¿Esto es correcto? Justifique.

$$P_0 = \frac{Div_1}{r - g}$$

Luego se tiene que

$$\$ 51 = \frac{\$ 1,6}{r - 0,0525}$$

$$r = \frac{1,6}{51} - 0,0525 = 0,0839 = 8,39\%$$

Por lo que la afirmación del analista sería **FALSA**

e) Si el β de una empresa es el doble que el de otra empresa, entonces su retorno esperado debiera ser el doble de la otra.

Anotando la CAPM de cada empresa tendríamos:

$$r_A - r_f = \beta_i(r_m - r_f)$$

$$r_B - r_f = 2\beta_i(r_m - r_f)$$

Dividiendo ambas:

$$\frac{r_A - r_f}{r_B - r_f} = \frac{1}{2}$$

$$r_B = 2r_A - r_f$$

Por lo que el comente el **FALSO**

2. Usted tiene información acerca de un portafolio que tiene dos activos igualmente ponderados, llamados P y Q. Algunos analistas estiman que la economía puede ir bien o mal con igual probabilidad. **(6 pts c/u)**

Los retornos de cada activo pueden variar como se muestra en la tabla siguiente:

Stock	Return when economy is good	Return when economy is bad
P	10%	-2%
Q	18%	-5%

a) Determine la volatilidad del portafolio

Dado que se tiene retornos aleatorios para ambas acciones, se calcula el retorno esperado como:

$$E(P) = 0.5(10\%) + 0.5(-2\%) = 0.04$$

$$E(Q) = 0.5(18\%) + 0.5(-5\%) = 0.065$$

$$\text{Var}(P) = 0.5(10\%)^2 + 0.5(-2\%)^2 - (0.04)^2 = 0.0036$$

$$\text{Var}(Q) = 0.5(18\%)^2 + 0.5(-5\%)^2 - (0.065)^2 = 0.013225$$

$$\text{Cov}(P,Q) = E(PQ) - E(P)E(Q) = [10\%*18\%*0.5 + (-2\%)(-5\%)*0.5] - 0.04*0.065 = 0.0069$$

Luego la variación del portafolio, formado por las acciones P y Q será:

$$\text{Var}(R) = 0.5^2 * 0.0036 + 0.5^2 * 0.013225 + 2 * 0.5 * 0.5 * 0.0069 = 0.00765625$$

$$SD(R) = \sqrt{0.00765625} = 8.75\%$$

Donde R es el portafolio formado por ambas carteras

b) Explique el significado de su resultado

Se sabe que la volatilidad de un portafolio queda definida por su desviación estándar, por otro lado, el retorno esperado de la cartera (R) es:

$$E(R) = 0.5 * 0.04 + 0.5 * 0.065 = 0.053 = 5,3 \%$$

Por ende, la volatilidad es la desviación que existe en torno a un retorno de portafolio del 5,3%

3. Una empresa tiene dos bonos a 3 años con un valor presente de \$70 millones. El primero (A) es un bono de \$30 millones que realiza un pago único de \$37.8 millones en 3 años, sin pagos intermedios. El segundo (B) es por \$40 millones, y paga un interés anual de \$ 3,6 millones, y vence en 3 años. **(4 pts c/u)**

a) Determine el YTM (yield to maturity o rendimiento a la madurez) del bono A

Dado que el bono A solo tiene un pago de 37.8 millones se calcula su TIR o YTM como:

$$30 = \frac{37.8}{(1 + y)^3}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{37.8}{30}} - 1 = 8\%$$

b) ¿Cuál es la duración del portafolio de bonos del banco? (Considere el YTM obtenido en a) para sus cálculos).

$$MacD(A) = \sum_{t=1}^T \frac{t \times PV_t}{PV} = 3 \times \frac{30}{30} = 3$$

También, se puede llegar a este resultado para A sin calcularlo, considerando que dado que es un bono cero cupón entonces su maduración es igual a su MacD (por propiedad de este tipo de bonos)

$$MacD(B) = \frac{1}{VP(B)} \sum_{t=1}^T t \times \frac{CF_t}{(1 + y)^t} = \frac{1}{40} \left(1 * \frac{3,6}{(1 + 8\%)^1} + 2 * \frac{3,6}{(1 + 8\%)^2} + 3 * \frac{43.6}{(1 + 8\%)^3} \right) = 2.76$$

Por lo que la MacD(P) del portafolio P formado por ambos bonos quedan:

$$MacD(P) = (30/70) * 3 + (40/70) * 2.76 = 2.86$$

- c) ¿Qué pasaría con el valor de la cartera si el nivel general de las tasas de interés aumentará en 0,5% sobre el YTM obtenido en a)?

Si las tasas aumentan entonces, la variación del precio de la cartera sería:

$$ModD \equiv \frac{2.86}{(1 + 8\%)} = 2.65$$

$$\Delta P = -2.65 * 0,5\% * 70.000.000 = -926,852$$

Es decir, ante un aumento de 0,5% de la YTM o y el precio se reduce en -926,852

4. Suponga que la economía chilena se dan las siguientes estadísticas para algunas empresas del mercado:

Empresa	Beta	Volatilidades
Cap	0,888	8,9%
Cervezas	0,861	3,7%
Conchatoro	0,858	3,5%
Copec	0,802	3,6%
D&S	1,119	4,9%
Endesas	1,008	5,6%
Gasco	0,706	5,4%
Iansa	1,02	6,8%
Madeco	0,706	8,3%
Quiñenco	1,28	6,7%
San Pedro	0,736	13,6%
Ventanas	0,473	17,0%

Suponga además que la tasa esperada de mercado es 12%, la tasa libre de riesgo alcanza un 4,5 % anual y $\sigma_M = 4\%$. **(4 ptos c/u)**

- a) Si se estima que COPEC pagará un dividendo de \$240 por acción y que este dividendo crecerá a una tasa del 5% anual, ¿puede estimar el precio de la acción COPEC?

Se sabe que el precio de una acción se calcula como:

$$P_0 = \frac{240}{r - 5\%}$$

Falta obtener el retorno r de COPEC mediante CAPM:

$$r_{COPEC} = r_f + \beta(E(R_M) - r_f) = 4,5\% + 0,802(12\% - 4,5\%) = 10,515\%$$

Con esto:

$$P_0 = \frac{240}{r_{COPEC} - 5\%} = \frac{240}{10,515\% - 5\%} = 4351,768$$

- b) Suponga que a usted le ofrecen un fondo de inversiones compuesto por un 50% de acciones de ENDESA y el resto en COPEC. ¿Qué rentabilidad mínima esperada le exigiría al fondo para invertir en él?

Para calcular la rentabilidad mínima exigida basta hallar el retorno esperado de los retornos individuales obtenidos por CAPM para COPEC y ENDESA:

Bastaría calcular el retorno para ENDESA mediante CAPM:

$$r_{ENDESA} = 4,5\% + 1,008(12\% - 4,5\%) = 12,06\%$$

De a) se tiene que $r_{COPEC} = 10,515\%$

Por lo que el retorno del portafolio P será simplemente:

$$r(P) = 50\% * 12,06\% + 50\% * 10,515\% = 11,29\%$$

c) Si el fondo que le ofrecen tiene un 30% en activo libre de riesgo, 40% en ENDESA y el resto en COPEC. ¿Cómo cambiaría su respuesta anterior?

Llamemos a este nuevo portafolio Q conformado por estos activos, luego el nuevo retorno esperado del portafolio Q será:

$$r(Q) = 30\% * 4,5\% + 40\% * 12,06\% + 30\% * 10,515\% = 9,33\%$$

(Hasta aquí basta para tener todo el puntaje)

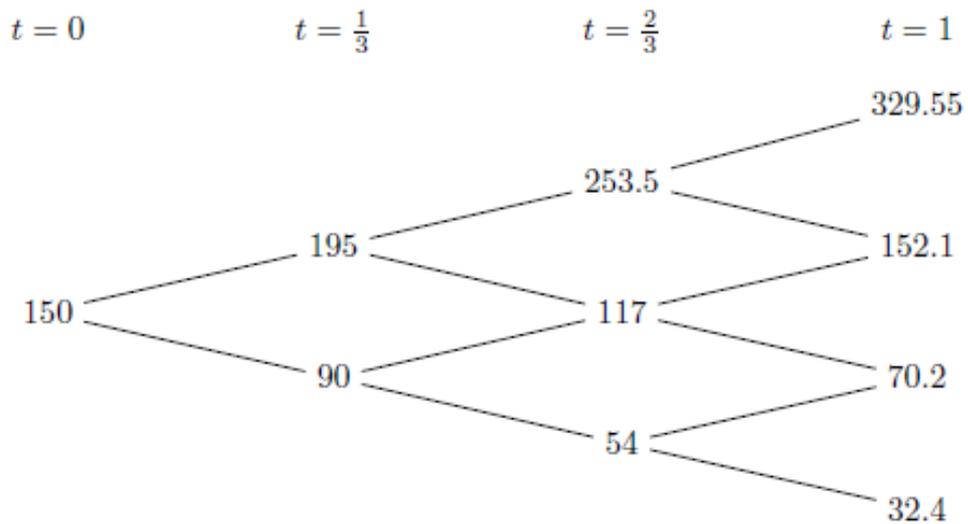
Podemos notar que el retorno disminuye ya que, al invertir en un activo libre de riesgo, la volatilidad de la cartera debería disminuir i.e. el retorno ya que a menor riesgo menos retorno.

5. Asuma un mercado financiero de tres periodos con una tasa de interés continua libre de riesgo de 10%. Considere una acción con valor inicial de \$150 que puede subir o caer en cada periodo con un factor $u=1,3$ y $d=0,6$, respectivamente. Calcule el precio justo de cada una de las siguientes opciones con un precio strike de \$155 y fecha de madurez $T=1$. **(4 pts c/u)**

a) Opción call europea

Paso 1:

Crear el árbol binomial para el precio de la acción, según si en los distintos períodos su precio sube o baja



Paso 2:

Valorar las opciones al final de periodo (t=1):

Valoración según el nodo	Opción Call $\max\{S_T - K, 0\}$
V_{uuu}	174,55
V_{uud}	0
V_{udd}	0
V_{ddd}	0

Paso 3:

Estimar las probabilidades de transición

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{\frac{1}{10} * \frac{1}{3}} - 0.6}{1.3 - 0.6} = \frac{e^{\frac{1}{30}} - 0.6}{0.7} \approx 0.6199$$

$$1 - p \approx 0.3801$$

Paso 4:

Estimar el valor de las opciones para t=2/3, t=1/3 y t=0, usando inducción reversa

Opción Call Europea:

$$V_{uu} = e^{-r\Delta t}(pV_{uuu} + (1 - p)V_{uud})$$

$$V_{uu} = 0.9672 * (0.6199 * 174.55 + 0.3801 * 0) = 104.6545$$

V_{ud} y V_{dd} son cero ya que los valores que salen de estos nodos son igual a cero por lo que reemplazando en la formula general, siempre serán cero.

$$V_u = e^{-r\Delta t}(pV_{uu} + (1 - p)V_{ud})$$

$$V_u = 0.9672 * (0.6199 * 104.6545 + 0.3801 * 0) = 62.7474$$

V_d es igual a cero por el mismo argumento de antes, y así solo nos faltaría valorar en $t = 0$.

$$V_0 = e^{-r\Delta t}(pV_u + (1 - p)V_d)$$

$$V_0 = 0.9672 * (0.6199 * 62.7474 + 0.3801 * 0) = 37.6213$$

Por lo que el precio de una opción call europea sobre esta acción tendría un valor de \$37.6213

b) Opción put europea

Paso 1:

Para valorar la put europea se usa el mismo árbol binomial

Paso 2:

Se debe considerar la siguiente valoración para cada nodo:

Valoración según el nodo	Opción Put $\max\{K - S_T, 0\}$
V_{uuu}	0
V_{uud}	2,9
V_{udd}	84,8
V_{add}	122,6

Paso 3: Ya calculada en a)

Paso 4:

Estimar el valor de las opciones para $t=2/3$, $t=1/3$ y $t=0$, usando inducción reversa

Opción Put Europea:

$$V_{uu} = e^{-r\Delta t}(pV_{uuu} + (1 - p)V_{uud})$$

$$V_{uu} = 0.9672 * (0.6199 * 0 + 0.3801 * 2.9) = 1.0661$$

$$V_{ud} = e^{-r\Delta t}(pV_{uud} + (1 - p)V_{udu})$$

$$V_{ud} = 0.9672 * (0.6199 * 2.9 + 0.3801 * 84.8) = 32.9139$$

$$V_{dd} = e^{-r\Delta t}(pV_{udd} + (1-p)V_{ddd})$$

$$V_{dd} = 0.9672 * (0.6199 * 84.8 + 0.3801 * 122.6) = 95.9151$$

Ahora podemos pasar a calcular V_u y V_d :

$$V_u = e^{-r\Delta t}(pV_{uu} + (1-p)V_{ud})$$

$$V_u = 0.9672 * (0.6199 * 1.0661 + 0.3801 * 32.9139) = 12.7394$$

$$V_d = e^{-r\Delta t}(pV_{ud} + (1-p)V_{dd})$$

$$V_d = 0.9672 * (0.6199 * 32.9139 + 0.3801 * 95.9151) = 54.9956$$

Finalmente calculamos V_0 :

$$V_0 = e^{-r\Delta t}(pV_u + (1-p)V_d)$$

$$V_0 = 0.9672 * (0.6199 * 12.7394 + 0.3801 * 54.9956) = 27.8563$$

Por lo que el precio de una opción put europea sobre esta acción tendría un valor de \$27.8563

c) Verifique que se satisface la put-call parity y comente resultado.

Finalmente, verificamos que se satisface la Put-Call Parity:

$$p + S_0 = c + Ke^{-rT}$$

$$27.8563 + 150 = 37.6213 + 155e^{-0.1}$$

$$177.8563 = 37.6213 + 140.25$$

$$177.8563 \approx 177.8713$$

Ya que la diferencia es de 0.015, por las aproximaciones que se realizan en el cálculo de los precios de la put y call, asumimos que esta pequeña diferencia no implica arbitraje.

Formulario

$$VP = \sum_{k=1}^n \frac{C_k}{(1+r)^k}$$

$$VP = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C}{(1+r)^k} = \frac{C}{r}$$

$$y = YTM \Rightarrow P_0 = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+y)^t}$$

$$MacD = \sum_{t=1}^T \frac{t \times PV_t}{PV} = \frac{1}{\sum_{t=1}^T CF_t / (1+y)^t} \sum_{t=1}^T t \times \frac{CF_t}{(1+y)^t}$$

$$ModD \equiv -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{MacD}{(1+y)}$$

$$\Delta P = -ModD * \Delta y * P$$

Covarianza entre dos activos: $COV(A, B) = E[AB] - E[A] * E[B]$

Varianza de una variable aleatoria X: $VAR[X] = E[X^2] - (E[X])^2$

$$P_0 = \sum_{t=1}^H \frac{Div_t}{(1+r)^t} + \frac{P_H}{(1+r)^H}$$

$$P_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Div (1+g)^{k-1}}{(1+r)^k} = \frac{Div}{r-g}; r > g$$

$$P_0 = \frac{E_1}{r_e} + PVGO \Rightarrow \frac{P_0}{E_1} = \frac{1}{r_e} \left(1 + \frac{PVGO}{E_1 / r_e} \right)$$

ROE = Utilidad Neta / Patrimonio

Payout Ratio = Utilidades pagadas / U. Neta = Div / U. Neta = DPS / U. Neta

Plawback Ratio = Utilidades retenidas / U. Neta

$WACC = (D / (D + E)) * (1 - T) * r_D + (E / (D + E)) * r_E$

$E = N^{\circ} \text{ Acciones} * \text{Precio acción}$

$$E + D = V$$

$$\beta_L = \beta_U * \left(1 + (1 - T) * \left(\frac{D}{E} \right) \right)$$

CAPM: $r = r_f + \beta(E(R_M) - r_f)$ donde β es el beta apalancado (considera deuda)

$$\beta_U = \frac{\beta_L}{(1 + (1 - T) * (\frac{D}{E}))}$$

$$r_D = \frac{\text{Gastos financieros}}{\text{Deuda}}$$

$$\text{Sharpe Ratio} = (R_P - r_f) / \sigma_P$$

$$\beta_P = \sum_1^n x_i * \beta_i$$

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, R_M)}{\text{Var}(R_M)}$$

$$\text{Desv. Est}(R_P) = \sqrt{\text{Var}(R_P)}$$

Pago y Valor del Forward en posición larga (Comprar):

$$S_T - K$$

$$f = (F_0 - K)e^{-rT}$$

Pago y valor del Forward en posición corta (Vender):

$$K - S_T f = (K - F_0)e^{-rT}$$

Forward sin Ingresos:

$$F_0 = S_0 e^{rT}$$

$$f = S_0 - K e^{-rT}$$

Forward con Ingresos Conocidos:

$$F_0 = (S_0 - I)e^{rT}$$

$$f = S_0 - I - K e^{-rT}$$

Forward con Yield Conocida:

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}$$

$$f = S_0 e^{-qT} - K e^{-rT}$$

Pagos opciones:

$$C_T = \max \{S_T - K, 0\}$$

$$P_T = \max \{K - S_T, 0\}$$

Probabilidades de transición

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$$

Árbol binomial:

CALL EUROPEA

$$V_{uu} = e^{-r\Delta t}(pV_{uuu} + (1-p)V_{uud})$$

$$V_u = e^{-r\Delta t}(pV_{uu} + (1-p)V_{ud})$$

$$V_0 = e^{-r\Delta t}(pV_u + (1-p)V_d)$$

PUT EUROPEA

$$V_{uu} = e^{-r\Delta t}(pV_{uuu} + (1-p)V_{uud})$$

$$V_u = e^{-r\Delta t}(pV_{uu} + (1-p)V_{ud})$$

$$V_0 = e^{-r\Delta t}(pV_u + (1-p)V_d)$$

Put Call Parity

$$P_t + S_0 = C_t + VP(K) \Rightarrow P_t + S_0 = C_t + K \cdot e^{-r \cdot T}$$