



Auxiliar 6

Cadenas de Markov en Tiempo Discreto II

Profesores: Susana Mondschein y Denis Sauré

Auxiliares: I. Alarcón, A. Carter, A. Díaz, A. Ferrada, F. Fierro,
D. Kauer, P. Maldonado, D. Moreno, I. Vidal

Pregunta 1

Usted quiere irse a acampar al Club Hípico y necesita saber cómo estará el clima. Decide preguntarle al dueño de su botillería favorita, Boticheli, que además es un meteorólogo experto. Cada día el clima puede ser bueno, malo o regular, pero nunca tiene dos días seguidos con el mismo clima. Además, si en dos días seguidos el clima es regular y malo (en cualquier orden), el tercer día será bueno. Por otro lado, si en dos días seguidos el clima es bueno y regular (en cualquier orden), el tercer día tendrá mal clima con probabilidad p , y si en dos días seguidos el clima es bueno y malo (en cualquier orden), el tercer día tendrá clima regular con probabilidad q .

- Modele la situación anterior como una Cadena de Markov en tiempo discreto. Escriba la matriz de transición y clasifique los estados.
- Si el primer día fue malo y el segundo bueno, ¿cuál es la probabilidad de que el cuarto día sea bueno?

Pregunta 2 (C2 2021-1)

Considere un paciente que se acaba de infectar con Covid-19 y por lo tanto está en lo que se conoce como período de Incubación (I), donde aún no es contagioso para el resto de la población. Cada día puede permanecer en dicho estado con probabilidad 0.2, o avanzar a los estados Sintomático (S) o Asintomático (A), con probabilidad 0.4 a cada uno de ellos. En estos dos estados (S y A), el contagiado ya puede contagiar a otras personas.

Si el enfermo es asintomático, entonces permanece cada día en este estado con probabilidad 0.5 o en caso contrario avanza al estado de Recuperado (R).

Si el enfermo es sintomático, entonces puede permanecer otro día en ese estado con probabilidad 0.5, puede Recuperarse (R) con probabilidad 0.2, o en su defecto pasa a estar Hospitalizado (H). En este último caso, cada día permanece hospitalizado con probabilidad 0.6, con probabilidad 0.1 pasa a Recuperado, y lamentablemente puede también morir (M). Un paciente recuperado no se puede enfermar de nuevo.

- Dibuje el grafo de esta Cadena de Markov, e identifique las clases de estados y su clasificación.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un enfermo sintomático muera producto de la enfermedad?

- (c) En el momento que un paciente es hospitalizado, ¿cuál es el número promedio de días que permanece en el hospital?
- (d) Considere un paciente que acaba de presentar síntomas e ingresa al sistema de monitoreo Epi-vigila, en el cual un enfermero lo llama todos los días para monitorear sus síntomas. Esto ocurre incluso si el paciente está hospitalizado. ¿Cuántos días, en promedio, será llamado?

Considere ahora a una persona sana (G) y vacunada con la super vacuna Chao-Covid, con la cual la probabilidad de morir o ser hospitalizado por Covid-19 es 0 una vez vacunado. Consideremos una persona con alto riesgo de enfermarse dado su trabajo, el cual lo mantiene en contacto directo con el virus. La probabilidad diaria de contagiarse, aun vacunado, es de 0.1. En caso de enfermarse, el período de incubación dura exactamente un día y de ahí pasa a ser un enfermo sintomático o asintomático, ambas con probabilidad 0.5.

Si es sintomático, la probabilidad de permanecer otro día en el mismo estado es de 0.7 y de recuperarse es de 0.3. Si es asintomático, la probabilidad de permanecer otro día en el mismo estado es de 0.5 y de recuperarse es de 0.5.

Lamentablemente, aún si se ha recuperado de la enfermedad, puede volver a contagiarse, pero con una probabilidad más baja de 0.01. Si se vuelve a infectar, se reproduce el mismo proceso viral como si se hubiese enfermado por primera vez.

- (e) Dibuje la nueva cadena de Markov e identifique las clases de estados.
- (f) Si el costo de encontrarse en el estado Sintomático es de \$30.000, ¿cuál es el costo promedio, en el largo plazo?

Pregunta 3

Un estudiante de ingeniería civil industrial está interesado en emprender con una tienda de cosméticos online. Al comienzo de cada semana, el estudiante puede tomar acción para comenzar el emprendimiento o no. La probabilidad de que el estudiante tome acción es del 0.5, en caso contrario seguirá siendo solo una idea.

Una vez que el estudiante ha tomado acción, hay tres posibles resultados para la siguiente semana: (1) con probabilidad del 0.6, el estudiante pospone el emprendimiento debido a que la semana universitaria es muy dura, volviendo a la etapa de solo una idea; (2) con probabilidad del 0.1, el estudiante decide desistir del emprendimiento y no volver a intentarlo; y (3) con probabilidad del 0.3, el estudiante inicia su emprendimiento y tiene demanda alta para la proxima semana.

Una vez iniciado el emprendimiento, con probabilidad 0.3 habrá demanda alta en una semana, lo que genera una ganancia de 500000 CLP para el estudiante, con probabilidad 0.5 habrá demanda baja, lo que genera ganancias de 300000 CLP al estudiante y con probabilidad 0.2 se quedara sin stocks, lo que implicaría un costo de 200000 CLP (en esa semana no hace ventas). Cuando el estudiante esta sin stock las probabilidad de pasar a demanda baja y alta son del 0.8 y 0.2 respectivamente.

- (a) Modele el problema como una cadena de Markov, clasifique los estados y escriba la matriz transición.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante realice su emprendimiento una vez que tuvo la idea?

- (propuesto 1) Repentinamente todas las ideas del estudiante son buenas, por lo que decide de ahora en adelante tomar acción siempre que llegue una idea (con una probabilidad de 1 pasa a tomar acción si es que está ideando) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante realice su emprendimiento una vez que tuvo la idea?
- (propuesto 2) Le dijeron al estudiante que no podía ser su propio jefe, lo que lo desmotivó, por lo que ahora su probabilidad de desistir es de 0.2 una vez tomada la acción y su probabilidad de emprender es de 0.2 ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante realice su emprendimiento una vez que tuvo la idea?
- (propuesto 3) ¡¡El estudiante se ganó el kino!!, su motivo para tener este emprendimiento era principalmente económico, por lo que decidió que le va a dedicar menos esfuerzos a esta idea, entonces su probabilidad de pasar de tomar acción a volver a idear es de 0,2, su probabilidad de desistir dado que tomó acción es de 0,6 y su probabilidad de emprender dado que tomó acción es de 0,2 ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante realice su emprendimiento una vez que tuvo la idea?
- (c) Una vez que haya emprendido, en el largo plazo ¿Cuánto será la ganancia semanal esperada?