IN2201-1 Economia
Profesor: Rahmi Ilkilic
Auxiliar: Francisco Gajardo P,Anaís Muñoz P y Hugo Sanhueza.

Auxiliar 10: Eleccion social.

14 de noviembre de 2024

P1. Comentes

Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciónes:

(a) "la existencia de alternativas extremas es irracional, dado que, del Teorema del Votante Mediano, los votantes siempre tenderán a escoger alternativas centrales."
Respuesta:
Falso,hay varias situaciones en que la existencia de alternativas extremas puede tener sentido y éstas pueden resultar ganadoras:

- Sin unimodalidad, alternativas extremas pueden suscitar apoyo suficiente para ganar, por ejemplo una situación en que las alternativas centrales generan rechazo por algún motivo particular.
- La existencia de demasiadas alternativas centrales también puede generar cierta ventaja para alternativas que marcan diferencias, dependiendo del sistema de elección.

(b) "si las preferencias son unimodales, da igual el sistema electoral que se use: siempre se escoge la alternativa ganadora de Condorcet."
Respuesta:
La afirmación es falsa: pese a que las preferencias unimodales garantizan la existencia de un ganador de Condorcet, el sistema electoral determinará si esta alternativa resulta o no escogida. Un caso en que, aun suponiendo preferencias unimodales, no se escogió al ganador de Condorcet es el de las elecciones presidenciales de 1970, visto en los videos del módulo. En este caso, el sistema utilizado es la regla de pluralidad (la alternativa más votada gana directamente), y suponiendo unimodalidad (que los votantes de izquierda preferían el centro a la derecha, y los de derecha preferían el centro a la izquierda), la alternativa ganadora de Condorcet era el centro, mientras que la alternativa electa fue la izquierda.

P2. Matemático 1

Para los siguientes sistemas de elección, determine si se escoge siempre a la alternativa ganadora de Condorcet en caso de existir. Si es así, demuéstrelo, y en caso contrario construya un contraejemplo.

1. *Múltiples etapas (como la elección de sede de los JJOO)*: se hacen tantas rondas como alternativas menos uno. En cada una de ellas, cada votante vota por su alternativa preferida entre las restantes, y la alternativa menos votada se elimina, repitiendo este procedimiento hasta quedar con una sola alternativa, que es la ganadora.
Respuesta:
El sistema de múltiples etapas no asegura el triunfo de la alternativa ganadora de Condorcet. Consideremos las siguientes preferencias de 8 individuos (enumerados del 1 al 8) sobre 3 alternativas (A, B y C):

Alternativas \Votantes	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1era	A	A	B	B	B	C	C	C
2nda	B	B	A	A	A	A	A	A
3era	C	C	C	C	C	B	B	B

La alternativa A es ganadora de Condorcet: al competir contra B y contra C gana 5 de 8 duelos. Sin embargo, bajo el sistema descrito esta alternativa es eliminada en la primera etapa, ya que obtiene solo 2 votos, contra 3 de cada una de las demás alternativas.

2. *Colegio electoral simplificado (similar a las elecciones presidenciales en EEUU)*: hay n distritos electorales, cada uno con m habitantes y un miembro en el colegio electoral. Los votantes escogen su alternativa favorita entre dos posibilidades en una sola ronda, y cada miembro del colegio electoral vota por la alternativa más votada en su distrito. La alternativa más votada en el colegio electoral es declarada ganadora.
   Respuesta:
   El sistema de colegio electoral tampoco garantiza el triunfo de la alternativa ganadora de Condorcet, pues omite la proporción de votos de cada alternativa en cada distrito, otorgando un voto a la ganadora independientemente de ella. Consideremos un ejemplo con 3 distritos (enumerados de 1 a 3), 100 votantes por distrito y alternativas A y B que obtienen la siguiente votación en cada distrito:

Alternativas \Distritos	**1**	**2**	**3**
A	51	51	0
B	49	49	100

   La alternativa B es claramente la más votada, por tanto la ganadora de Condorcet. Sin embargo, la alternativa B gana en 2 de los 3 distritos, obteniendo 2 votos en el colegio electoral contra solo 1 de la alternativa A.

P3. Matemático 2

Considere que hay tres candidatos políticos: X, Y y Z. El primero es de derecha, el segundo de centro, y el tercero de izquierda. Los ciudadanos tienen preferencias ordenadas respecto a estos candidatos. La fracción de ciudadanos con cada orden de preferencias es la siguiente:

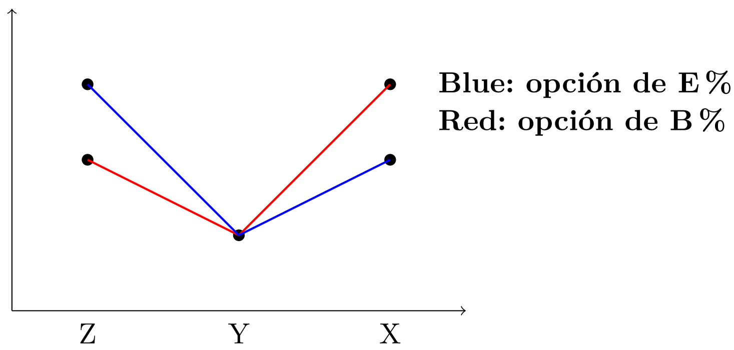
$$
\begin{array}{ll}
\text{A}\,\%: & \text{X} \succ \text{Y} \succ \text{Z} \\
\text{B}\,\%: & \text{X} \succ \text{Z} \succ \text{Y} \\
\text{C}\,\%: & \text{Y} \succ \text{X} \succ \text{Z} \\
\text{D}\,\%: & \text{Y} \succ \text{Z} \succ \text{X} \\
\text{E}\,\%: & \text{Z} \succ \text{X} \succ \text{Y} \\
\text{F}\,\%: & \text{Z} \succ \text{Y} \succ \text{X}
\end{array}
$$

Donde $A + B + C + D + E + F = 1$ representa la totalidad del universo de votantes.

1. Suponga que las preferencias pueden ser ordenadas en un eje izquierda-derecha. Si sobre ese eje las preferencias son unimodales, qué restricción impone la unimodalidad sobre los parámetros A, B, ..., F?
2. Suponga que las preferencias son unimodales. Bajo qué condiciones de los parámetros existe un ganador de Condorcet? Dadas esas condiciones, indique quién es el ganador de Condorcet en función de los parámetros.
3. Considere un sistema de dos vueltas presidenciales, en la cual pasan los dos candidatos más votados, y la segunda vuelta es por mayoría simple. Suponga que el voto es sincero. Bajo qué condiciones de los parámetros se elige al ganador de Condorcet? Siga asumiendo que las preferencias son unimodales.

Respuesta:

1. Viendolo graficamente para E y B se tendra que:



Por lo que la unimodalidad impone que $B = E = 0$, lo que lleva a que se tenga:

$$\Rightarrow A + C + D + F = 1$$

2. Si las preferencias son unimodales, entonces para cualquier combinación de parámetros existe un ganador de Condorcet (GC):
   - **X es GC si:**

     $$\begin{aligned} \text{X gana a Y:} &\quad A > C + D + F \\ \text{X gana a Z:} &\quad A + C > D + F \end{aligned}$$

     Ambas condiciones se cumplen si $A > 0{,}5$.
   - **Z es GC si:**

     $$\begin{aligned} \text{Z gana a X:} &\quad D + F > A + C \\ \text{Z gana a Y:} &\quad F > C + D + A \end{aligned}$$

     Ambas condiciones se cumplen si $F > 0{,}5$.
   - **Y es GC si:**

     $$\begin{aligned} \text{Y gana a X:} &\quad C + D + F > A \Rightarrow A < 0{,}5 \\ \text{Y gana a Z:} &\quad C + D + A > F \Rightarrow F < 0{,}5 \end{aligned}$$

     Ambas condiciones se cumplen si $\text{máx}(A, F) < 0{,}5$.

   Entonces:
   - Si $A > 0{,}5$: X es GC
   - Si $F > 0{,}5$: Z es GC
   - Si $A < 0{,}5$ y $F < 0{,}5$: Y es GC

   $$\Rightarrow \text{Siempre existe un ganador de Condorcet}$$

3. Realizaremos un analisis caso a caso, para ver las condiciones que se tienen que cumplir para que el ganador, tambien sea el ganador de condorcet.
   - Si $F > 0{,}5$: Z es GC y gana en primera y segunda vuelta.
   - Si $A > 0{,}5$: X es GC y gana en primera y segunda vuelta.
   - Y ganaría en la segunda vuelta si llega a esta. Por ejemplo, si $A = F = 0{,}35$ y $C + D = 0{,}3$, Y pierde la elección aún siendo GC.
   - Para que Y gane debe derrotar al más débil de los candidatos:

   $$C + D > \text{mín}(A, F) \quad \text{y} \quad \text{máx}(A, F) < 0{,}5$$