

# Geología Estructural



## Círculos de Mohr Stress

Profesora: Sofía Rebolledo  
Auxiliares: Claudio Díaz, Luis Godoy  
Ayudante: Laura Meneses  
GL4101-1 – Primavera 2024

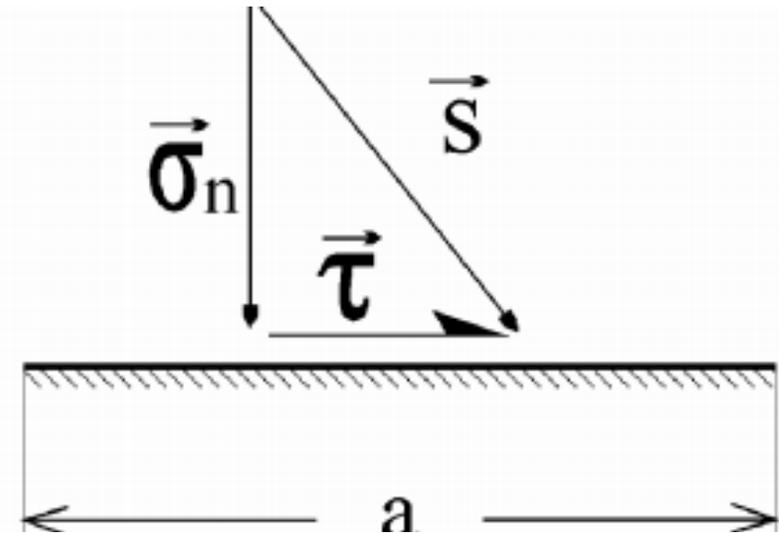
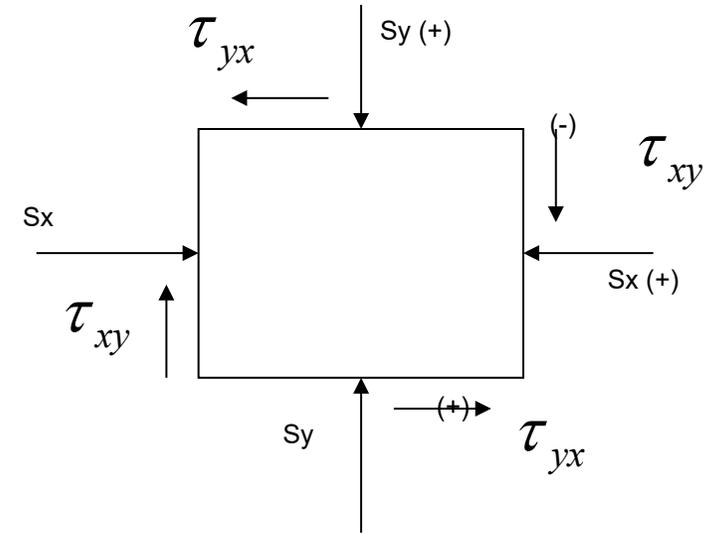


# Concepto de Stress/Esfuerzos



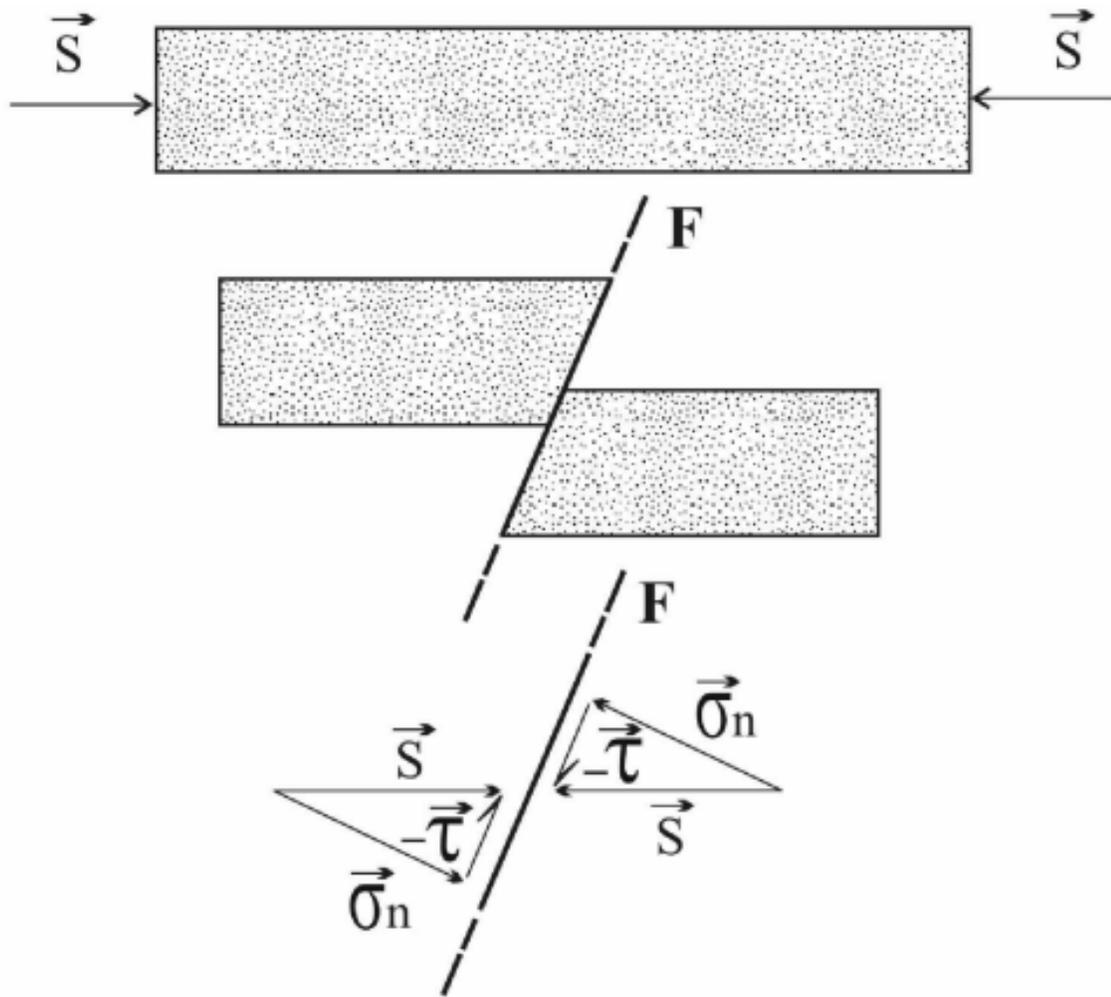
# Definición

- El stress es una medida de cómo se “reparte” una fuerza al aplicarla sobre una superficie
  - Cantidad vectorial => magnitud, dirección y sentido
- Se mide en Pa  $s = \frac{F}{a}$ 
  - Debido a la gran magnitud de los esfuerzos en la corteza, se usa Mpa. 1 Mpa=1.000.000 Pa.
- Se pueden descomponer en esfuerzos normales  $\sigma_n$  y tangenciales/cizalle  $\tau$ 
  - $\Sigma_n$  es positivo si se trata de compresión,  $\tau$  es positivo si se encuentra tiende a rotar en contra la dirección del reloj



# ESFUERZOS Y GEOLOGÍA ESTRUCTURAL

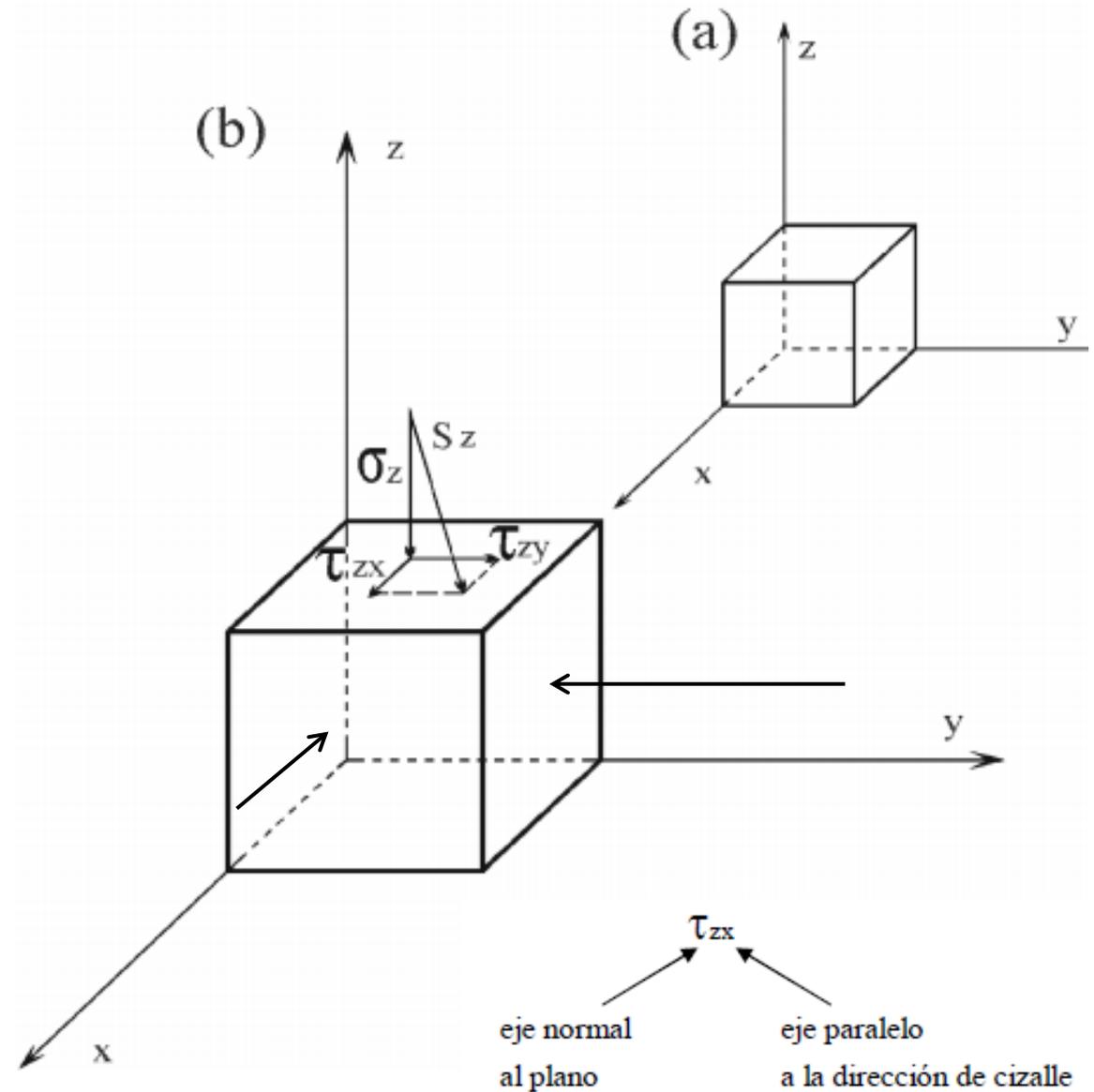
---



En una situación en donde existe una falla inversa que afecta a los estratos, se puede realizar una descomposición de los vectores de stress, de forma que resulta compatible al desplazamiento y rechazo de la falla.

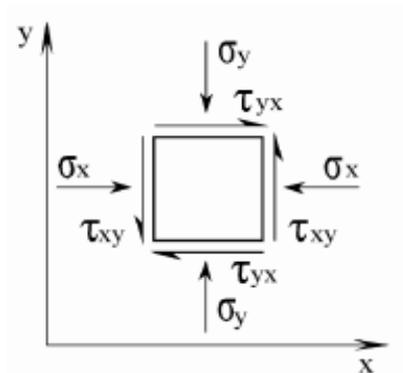
# COMPONENTES DEL STRESS

- Sobre un cubo, se puedes descomponer el stress total según las direcciones  $(x, y, z)$ , donde cada componente direccional se puede descomponer en un stress normal y un stress de cizalle.
- Al mismo tiempo, el stress de cizalle puede descomponerse en dos direcciones según hacia que eje se dirija el cizalle.
- De esta forma, se obtienen 9 componentes de stress actuando sobre las tres caras del cubo que cortan a los ejes  $x, y, z$ .



# COMPONENTES DEL STRESS

- Se pueden expresar los 9 componentes de stress en una matriz de 3x3.
- En un caso bidimensional mas sencillo un cuadrado convenientemente orientado en (x,y), deja una matriz de 4 términos.

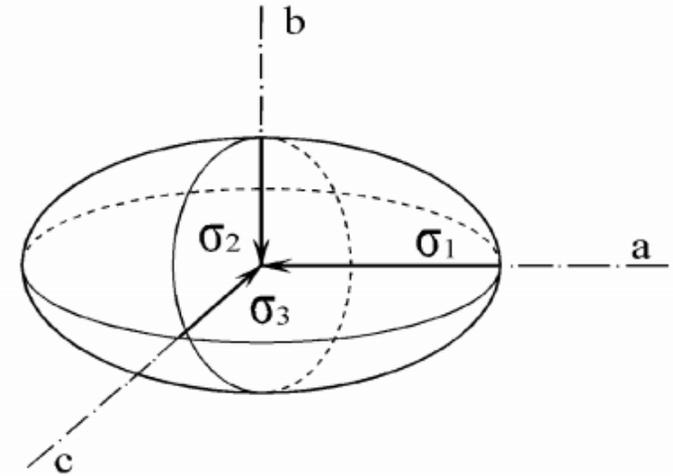


$$\text{Componentes del stress en tres dimensiones} = \begin{bmatrix} \sigma_x & t_{xy} & t_{xz} \\ t_{yx} & \sigma_y & t_{yz} \\ t_{zx} & t_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\text{Componentes del stress en dos dimensiones} = \begin{bmatrix} \sigma_x & t_{xy} \\ t_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

# ESFUERZOS PRINCIPALES

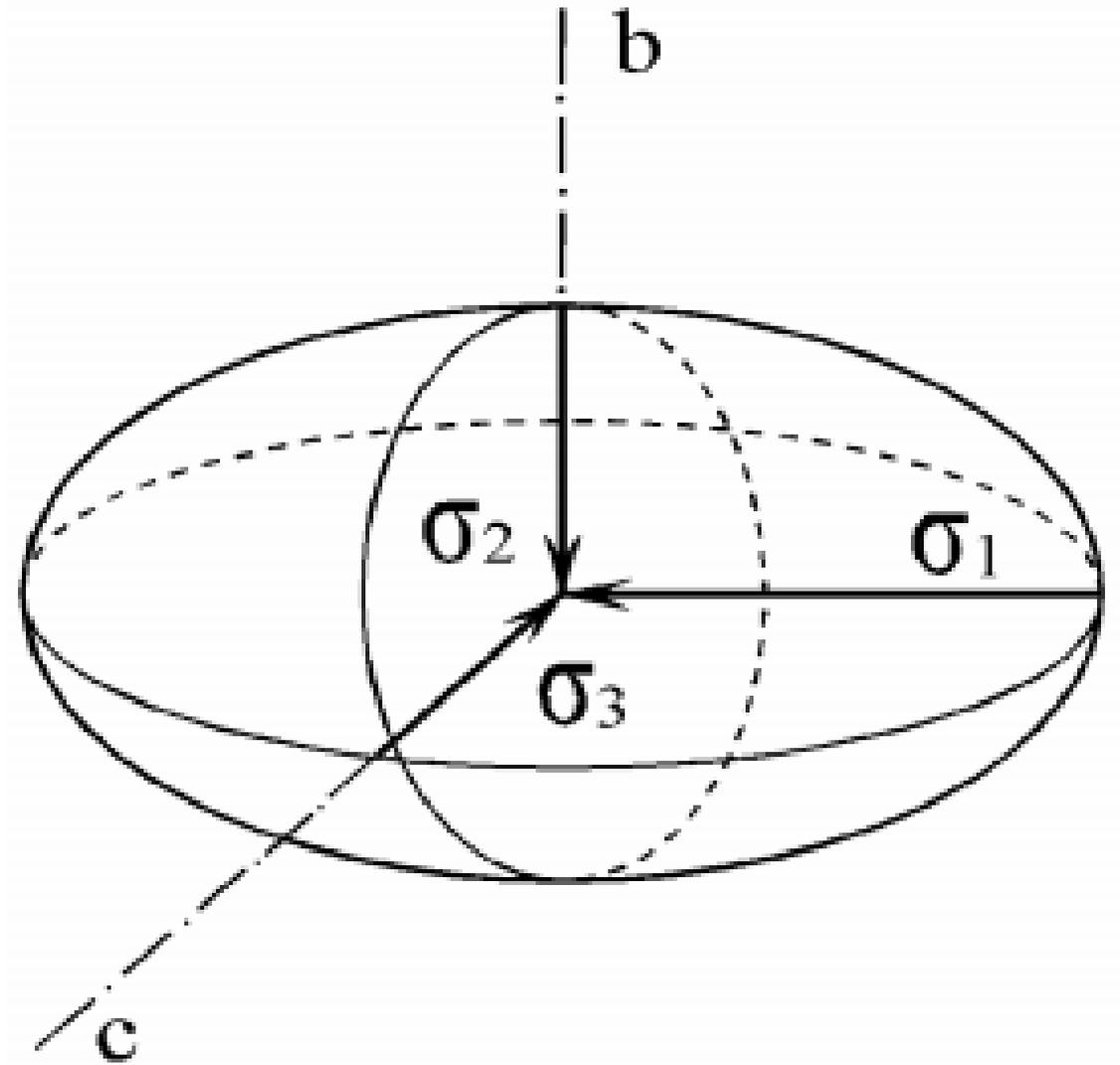
- Por simplicidad, se puede utilizar un sistema coordinado arbitrario (a,b,c) que cumpla la condición de que los esfuerzos de cizalle según los planos del sistema de coordenadas, sean nulos.  $\tau_{ab} = \tau_{bc} = \tau_{ca} = 0$
- Los stresses normales  $\sigma_a$ ,  $\sigma_b$  y  $\sigma_c$  se denominan stresses principales y usualmente se anotan como:
- $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$



*Componentes del stress en tres dimensiones* = 
$$\begin{bmatrix} \sigma_a & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_b & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_c \end{bmatrix}$$

# ESFUERZOS PRINCIPALES

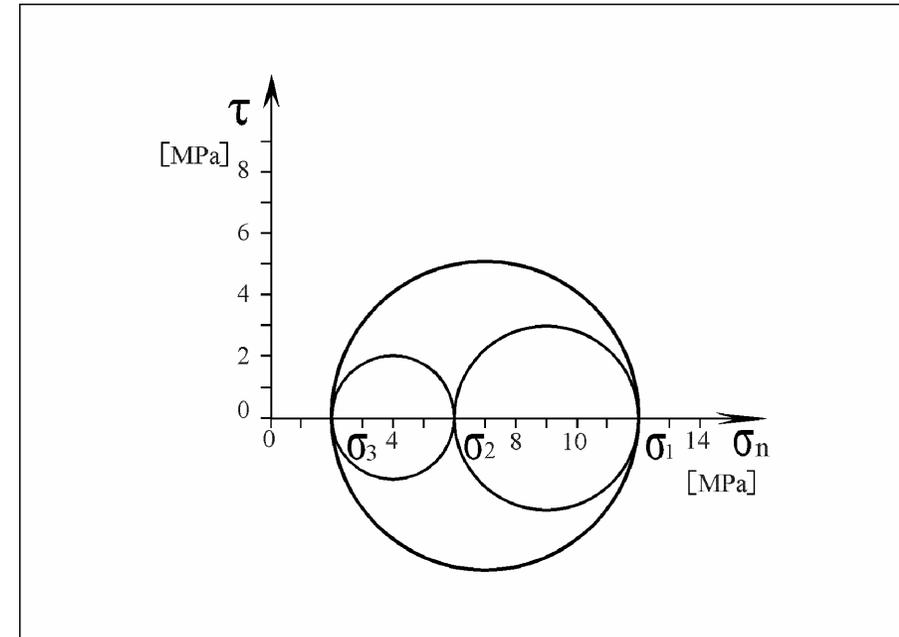
- Los planos  $(\sigma_1, \sigma_3)$ ,  $(\sigma_1, \sigma_2)$  y  $(\sigma_2, \sigma_3)$  se denominan *planos de stresses principales*, y poseen la propiedad de que a lo largo de ellos no ocurre cizalle.
- Los esfuerzos principales se pueden expresar en una elipsoide que describe de manera sencilla el estado de stress que actúa sobre un determinado cuerpo, en donde se úede observar la diferencia entre sus magnitudes.
- Según el valor absoluto que tomen los stresses principales, se distinguen los siguientes **estados de stress**:
  - *Stress triaxial* : los tres stresses principales son distintos entre sí:  $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ .
  - *Stress biaxial*:: sólo dos de los stresses principales son distintos entre sí:  $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$ .
  - *Stress uniaxial*:: es un caso especial de stress biaxial en que:  $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3 = 0$



# CIRCULO DE MOHR

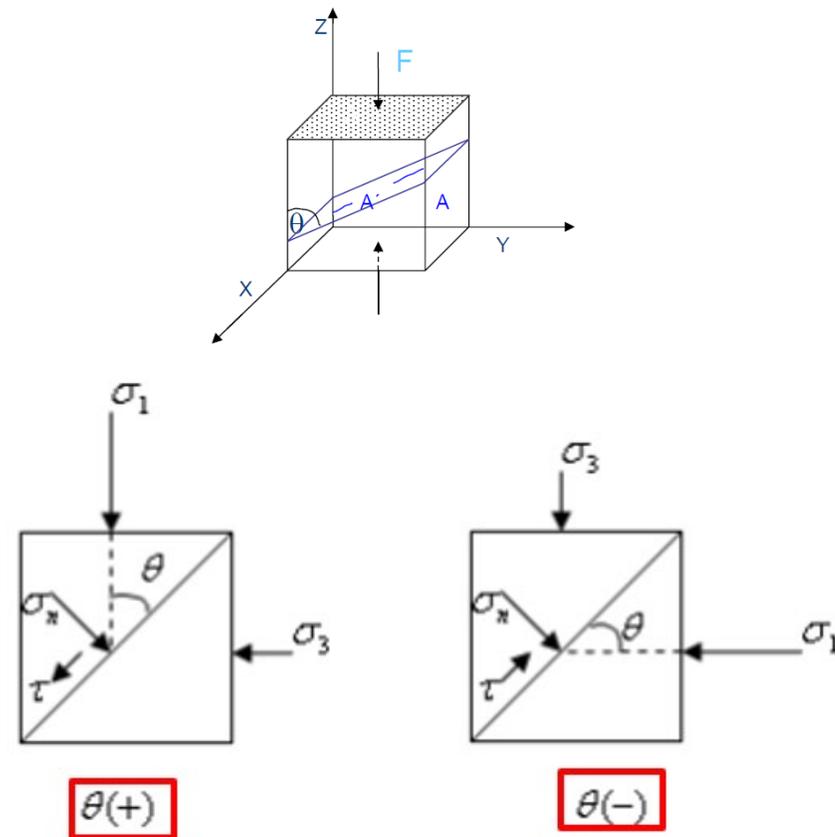
# REPRESENTACIÓN DE ESFUERZOS EN EL CIRCULO DE MOHR

- Representación grafica de la ecuación de transformación, para problema de estrés de planos.
- Los esfuerzos normales y de cizalle se pueden representar en un grafico cartesiano mediante el circulo de Mohr.
- Construcción:
  - Sobre el eje x se plotean los esfuerzos principales.
  - Se dibujan los tres cirulos que representan a cada uno de los planos de stress principales  $(\sigma_1, \sigma_2)$ ,  $(\sigma_1, \sigma_3)$  y  $(\sigma_2, \sigma_3)$ .

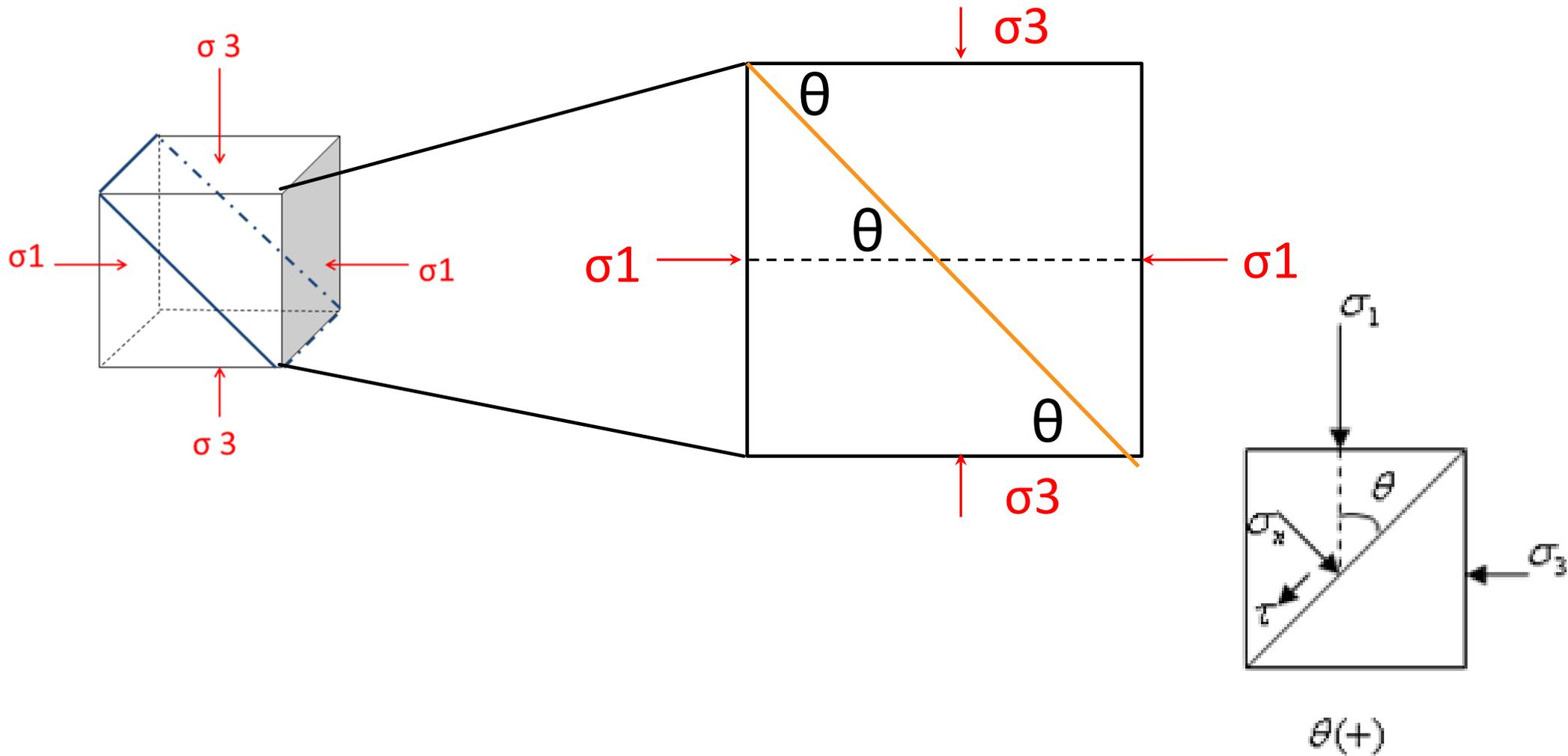


# REPRESENTACIÓN EN EL CÍRCULO DE MOHR

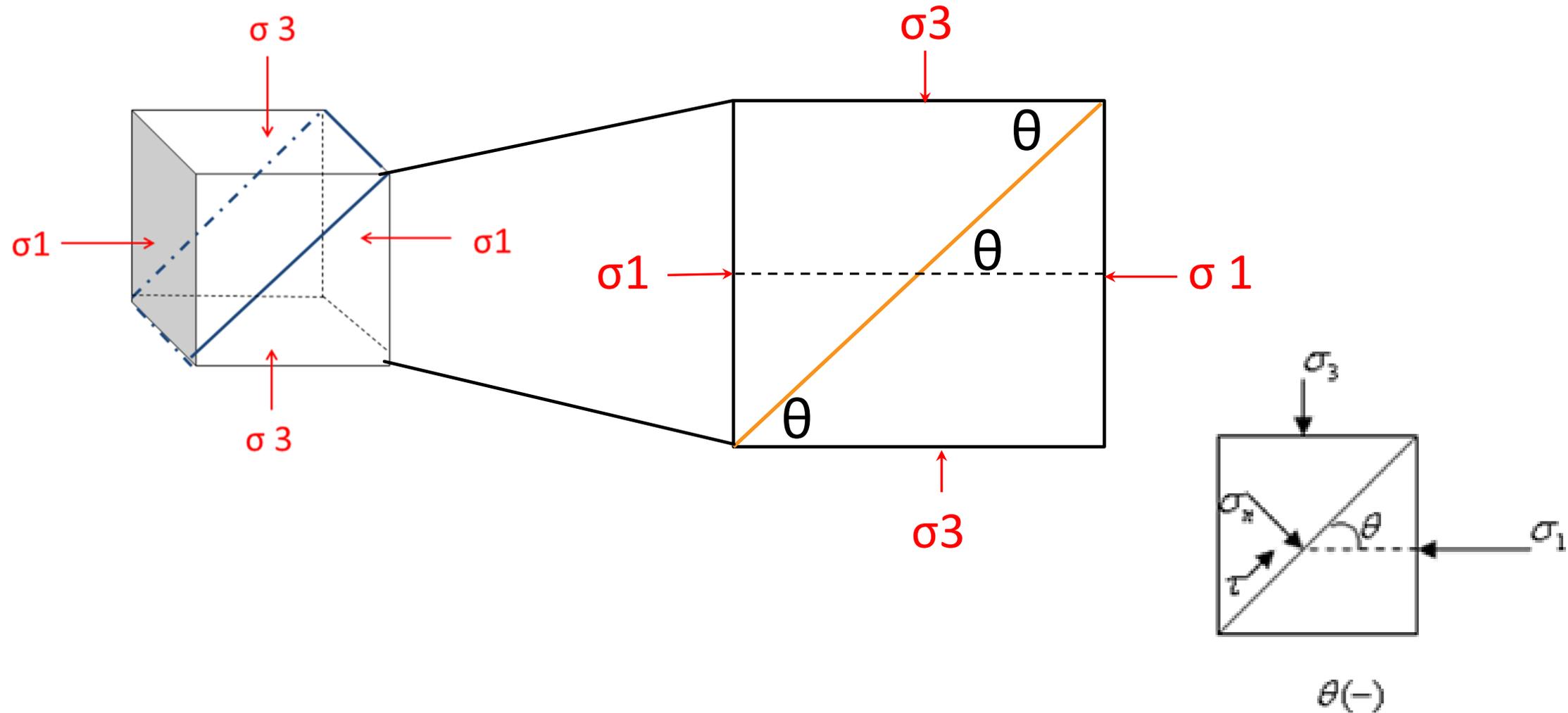
- Por convención, en Chile,  $\theta$  se mide desde  $\sigma_1$  hacia el plano, y es positivo si es horario, y negativo si es antihorario.

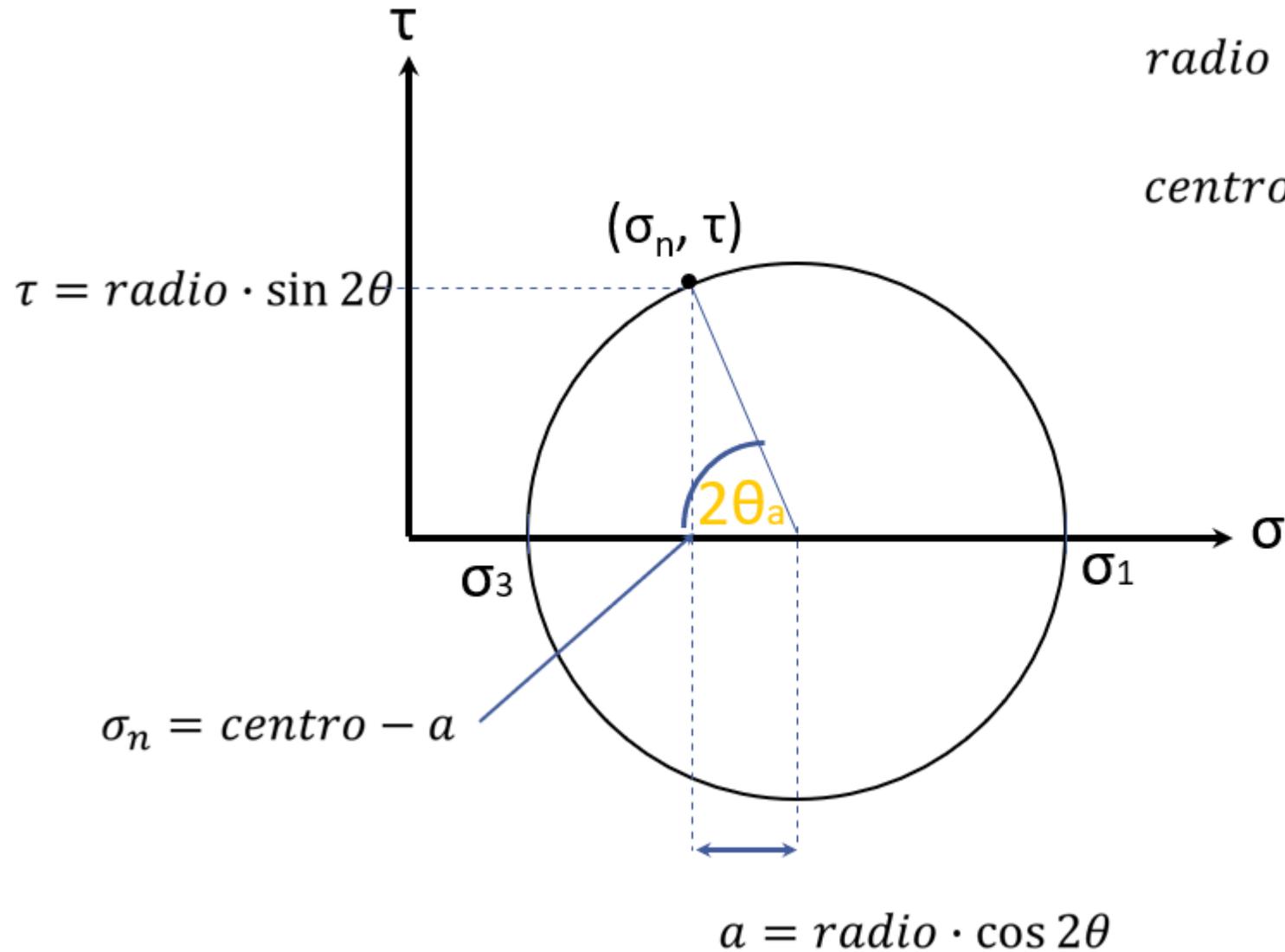


# REPRESENTACIÓN EN EL CÍRCULO DE MOHR



# REPRESENTACIÓN EN EL CÍRCULO DE MOHR





$$\text{radio} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\text{centro} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

Si definimos  $\theta$  como el ángulo entre  $\sigma_1$  y el plano, entonces medimos  $2\theta$  de izquierda a derecha.

# SIGNOS EN EL CÍRCULO DE MOHR

- Stress normal compresivo es positivo y plotea a la derecha del origen.
- Stress normal extensivo (tracción) el negativo y plotea a la izquierda del origen.
- Stress de cizalle que actúa en sentido horario es negativo y plotea bajo el eje  $\sigma$ .
- Stress de cizalle que actúa en sentido antihorario es positivo y plotea sobre el eje  $\sigma$ .

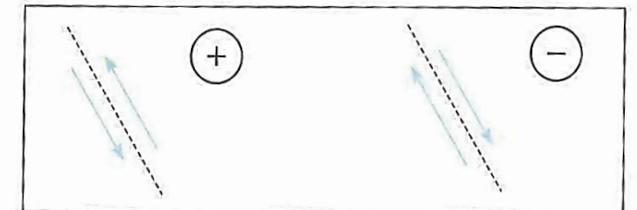
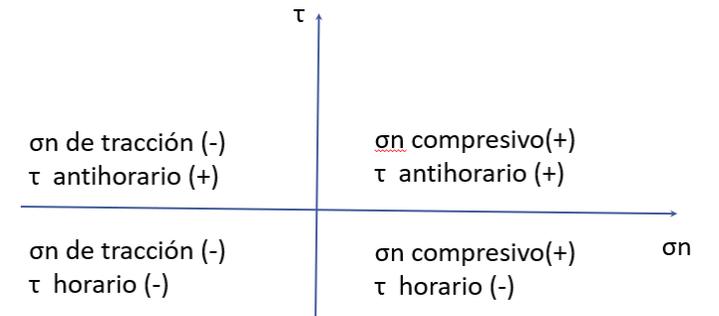
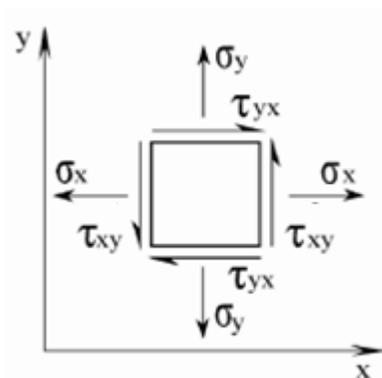
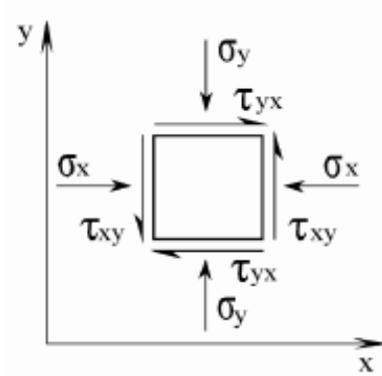
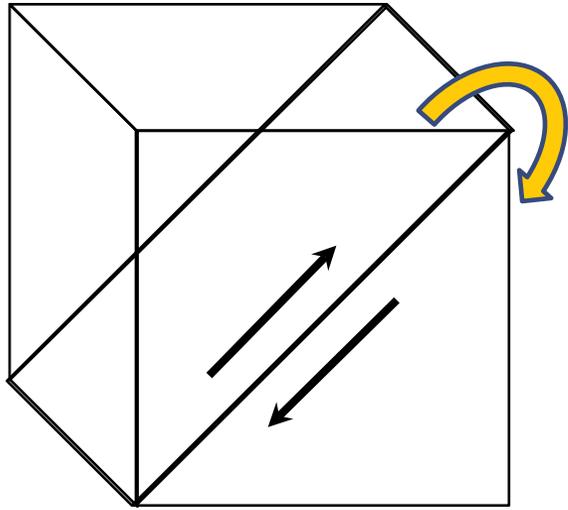
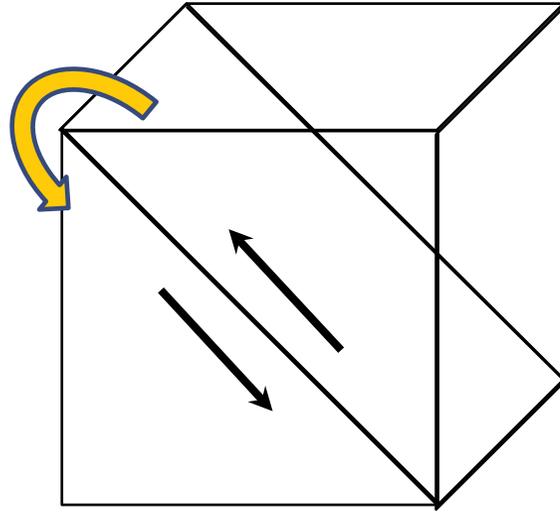


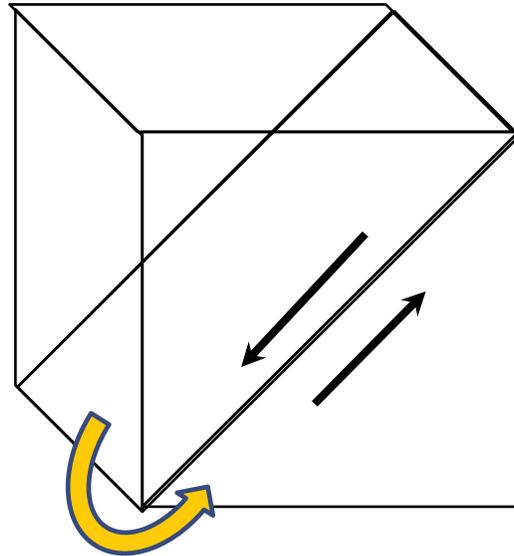
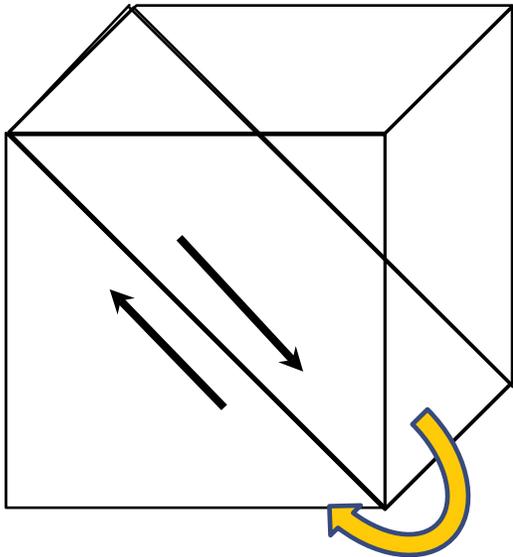
Figura 3.21 Convenio de signos para las fuerzas tangenciales.



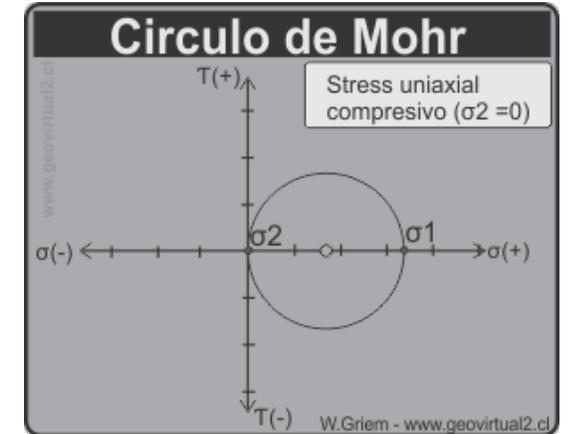
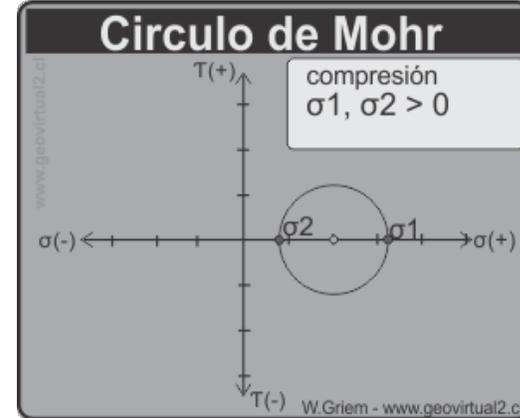
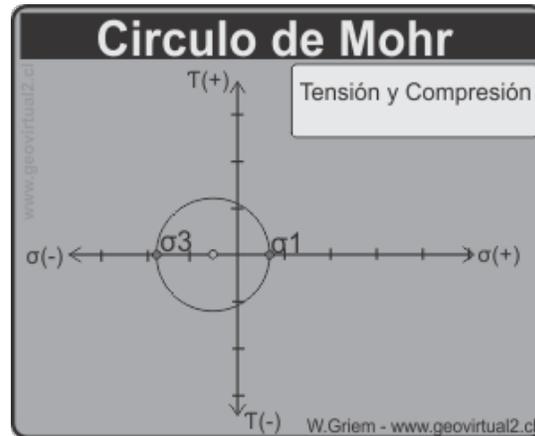
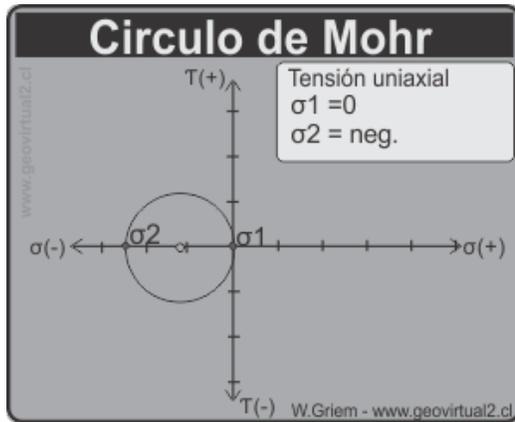
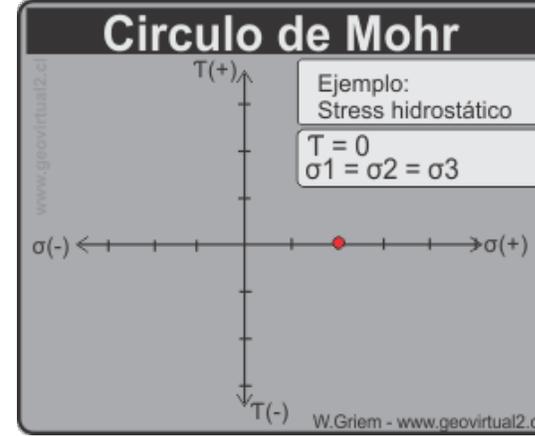
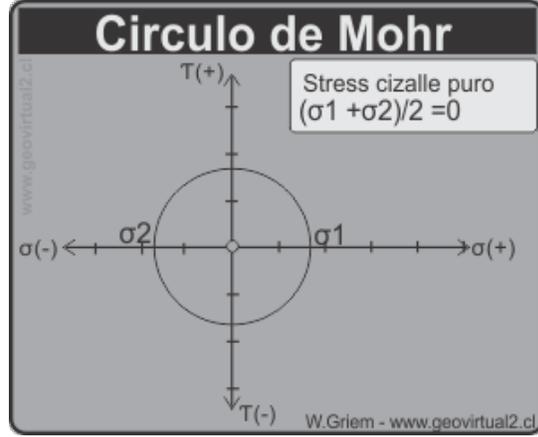
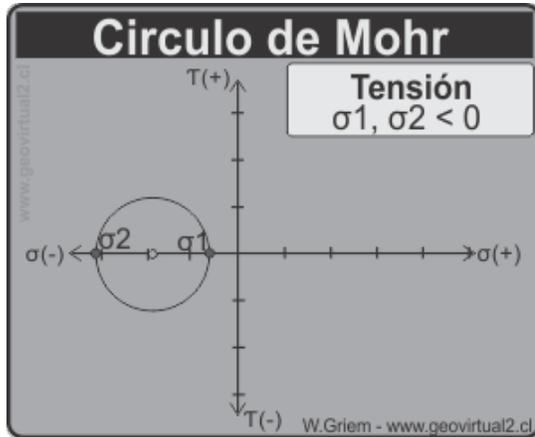
⊖



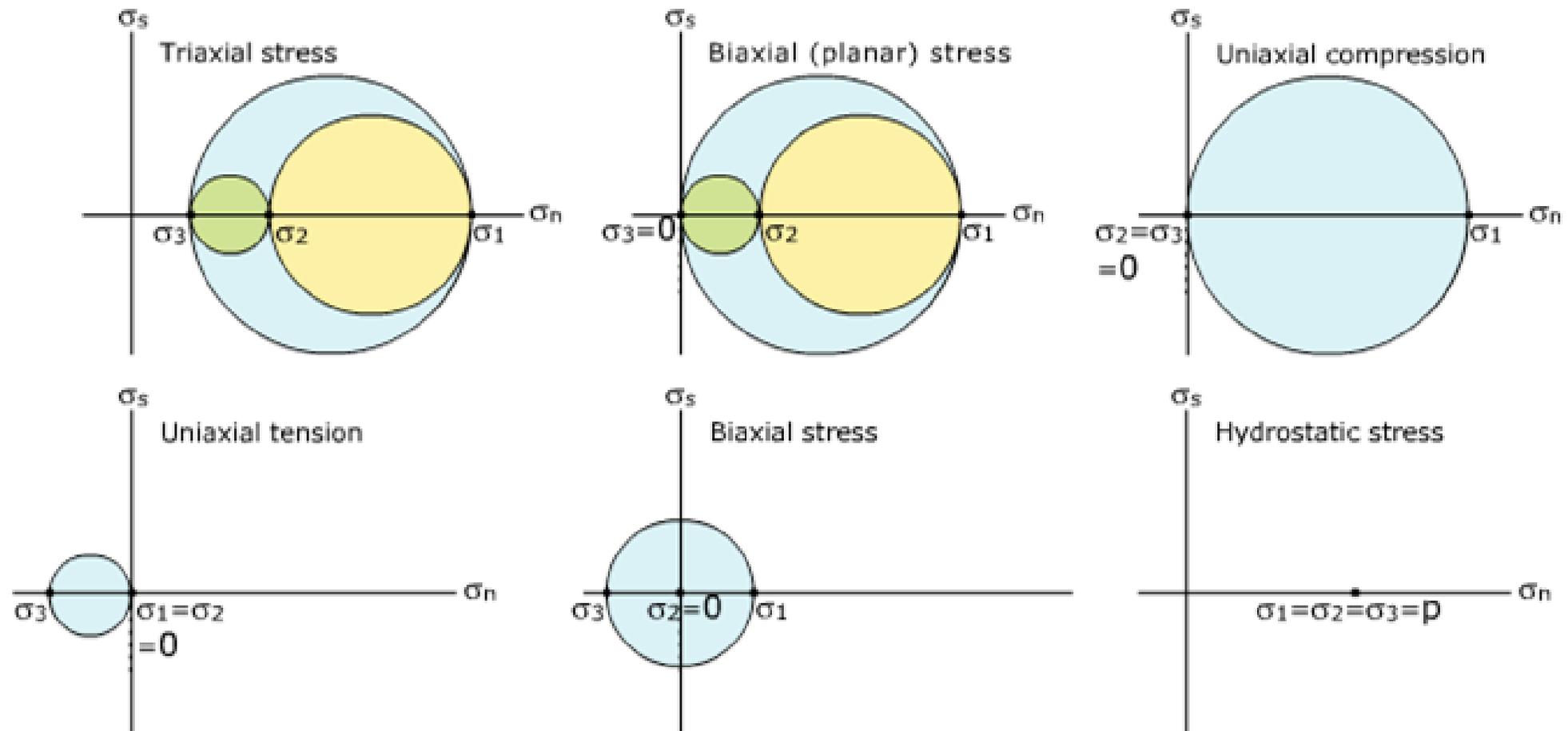
⊕



# MOHR 2D



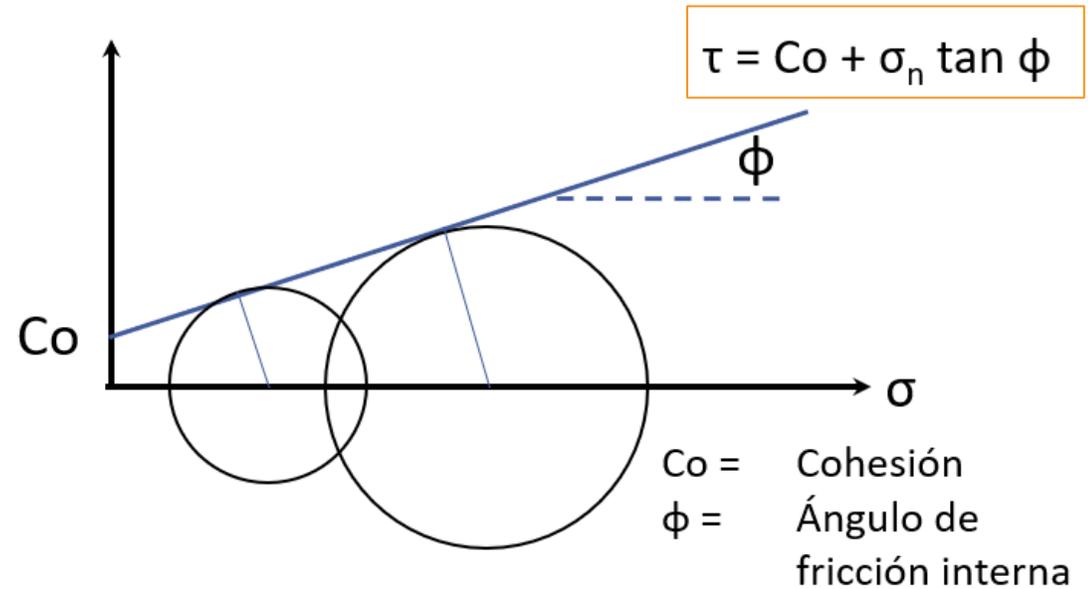
# MOHR 3D

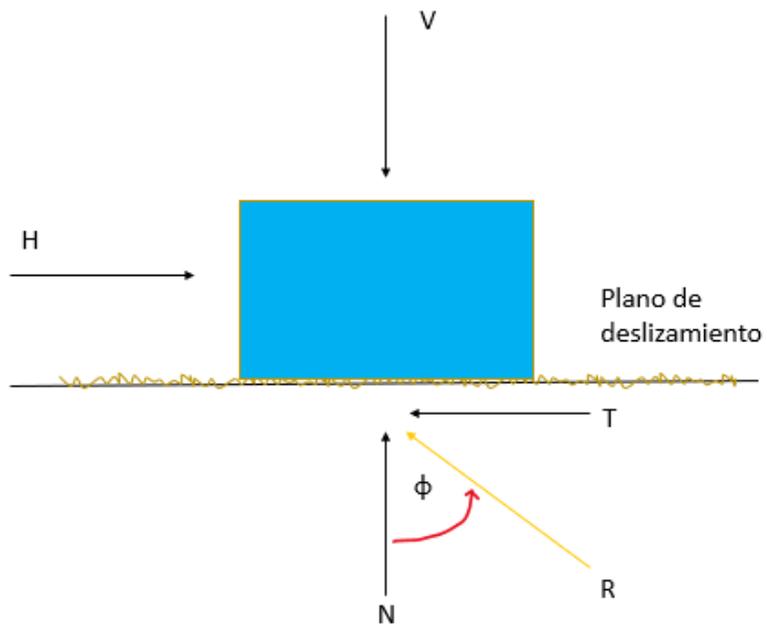


*Mohr diagrams for known stress states in the crust. Note the relative size of the principal stress axes.*

# CRITERIO DE NAVIER-COULOMB PARA RUPTURA FRÁGIL

**Envolvente de ruptura:** Recta tangente a todos los círculos de Mohr en la ruptura. Se define por una función.

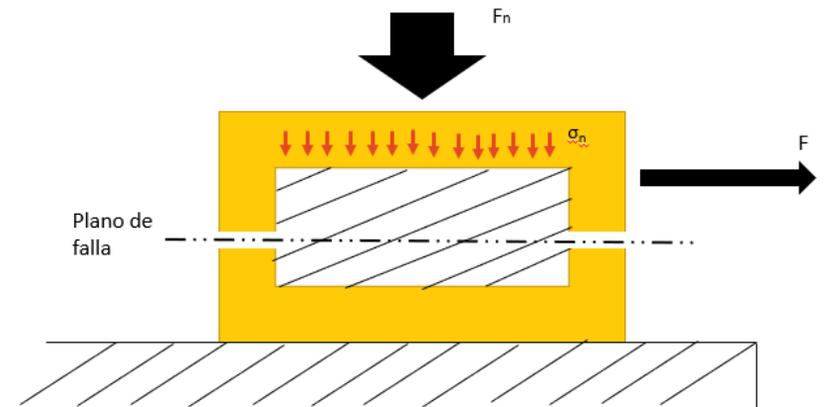


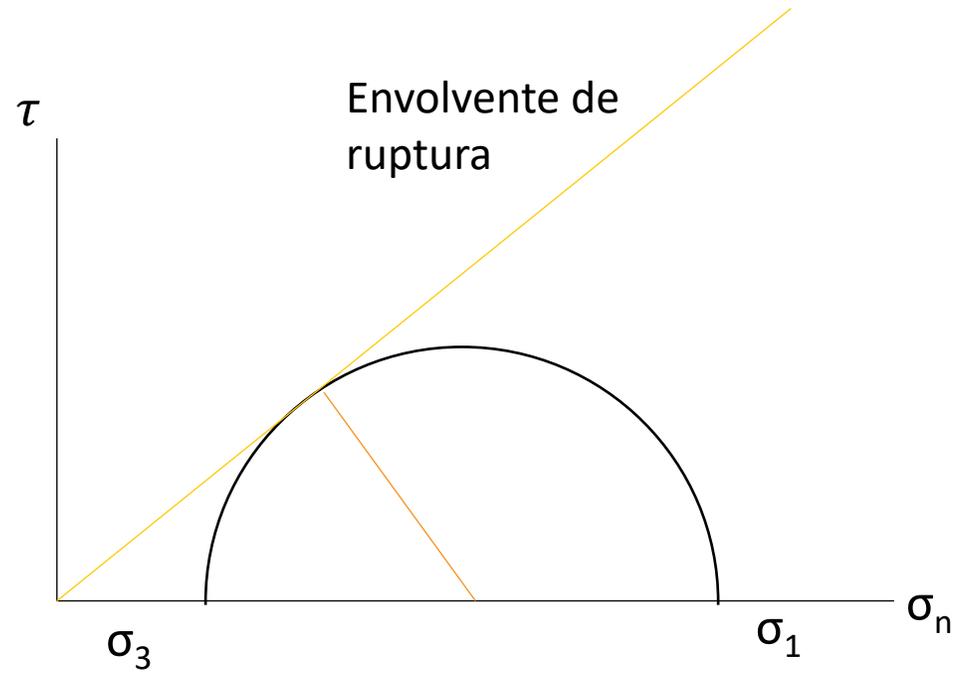
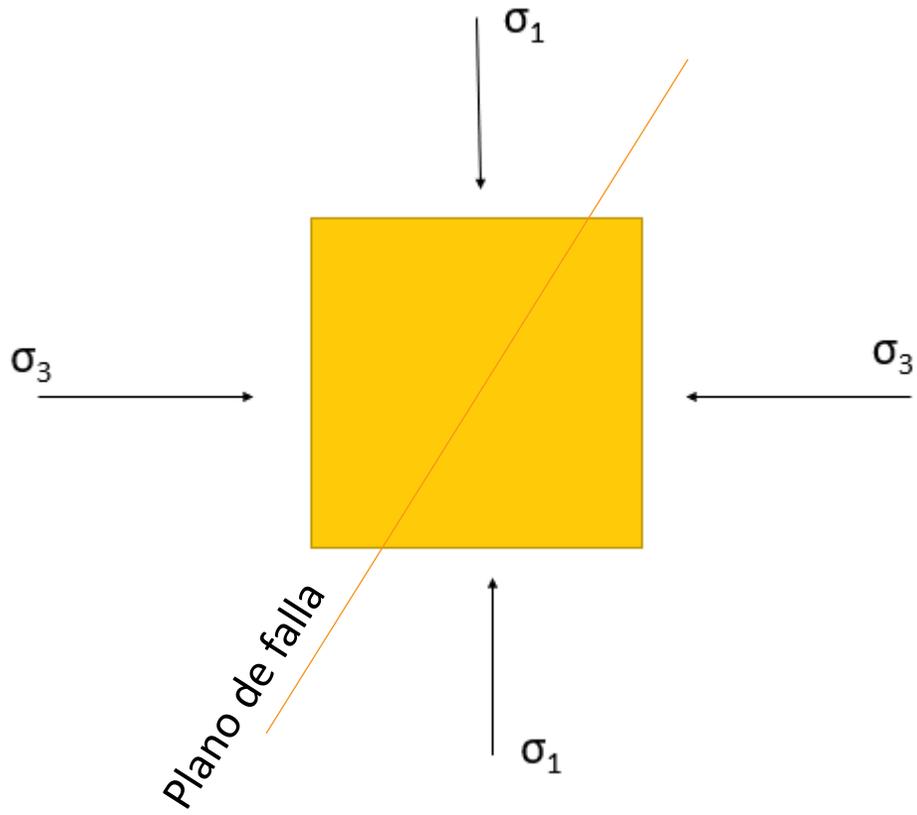


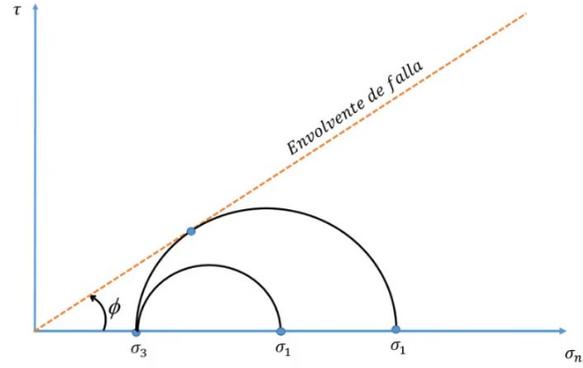
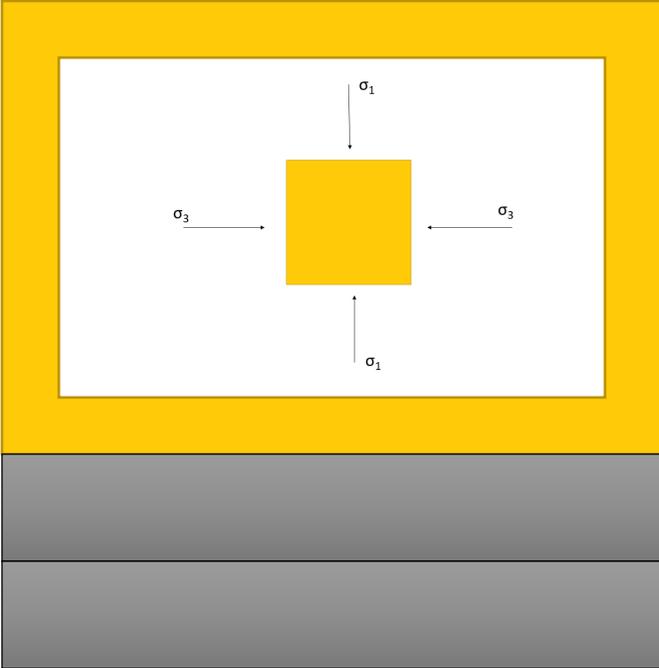
$$\tan \phi = \frac{T}{N} \Rightarrow T = N \tan \phi$$

En términos de  
esfuerzos

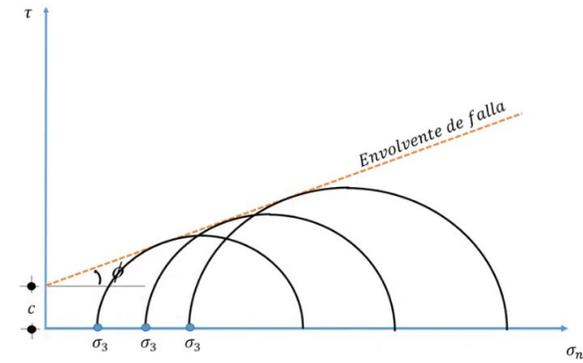
$$\tau = \sigma \tan \phi$$



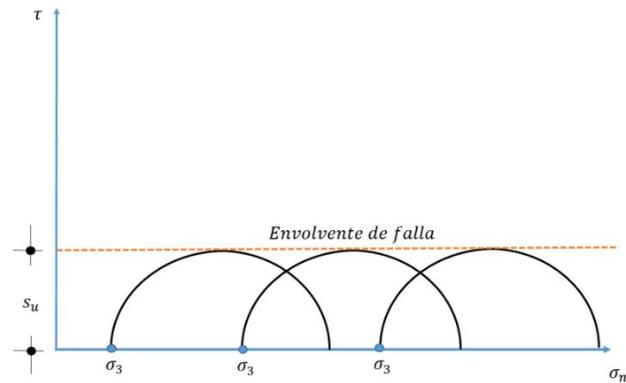




$$\tau = \sigma \tan \phi$$

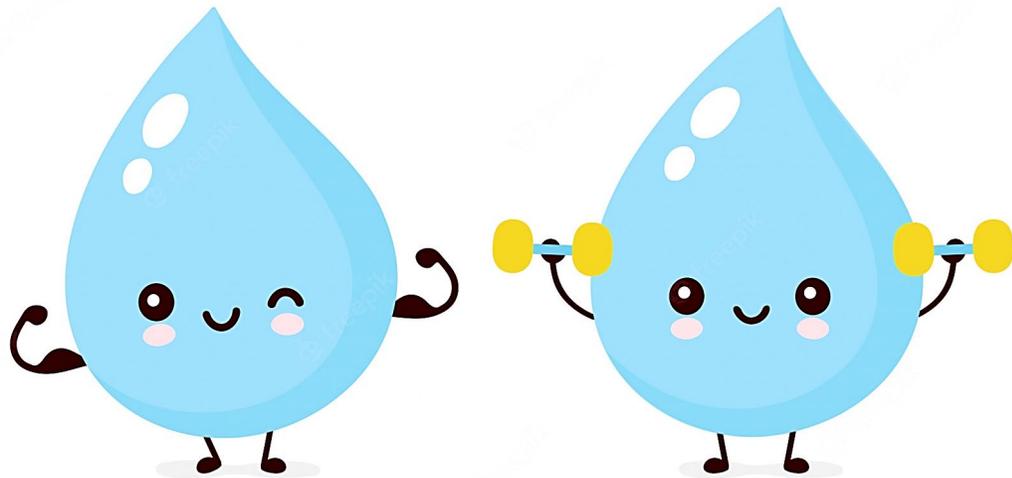


$$\tau = c + \sigma \tan \phi$$



$$\tau = S_u$$

# INFLUENCIA DEL AGUA



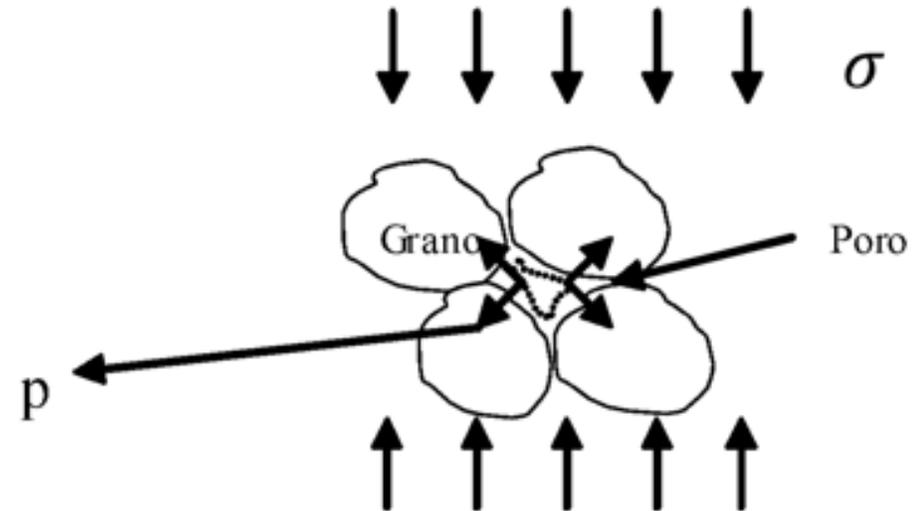
- Si la discontinuidad está húmeda, la resistencia puede disminuir causado por la **lubricación producida en la superficie (es más fácil desplazar)**.
- Dependiendo del material, la incorporación de agua en la roca puede, a su vez, producir **cambios en los valores de  $C_o$  y  $\phi$** . En especial en rocas con alto contenido de arcillas.

# INFLUENCIA DEL AGUA: STRESS EFECTIVO

- En suelo (agregado granular poroso) o una roca fracturada, donde existe una compresión ( $\sigma$ ) en todas direcciones
- El fluido intersticial (agua) genera una presión de fluidos ( $\mu$ ), en respuesta al esfuerzo compresivo que tiende a juntar las partículas.

Presión de poros se opone a  $\sigma$

$$\sigma - \mu = \sigma'$$

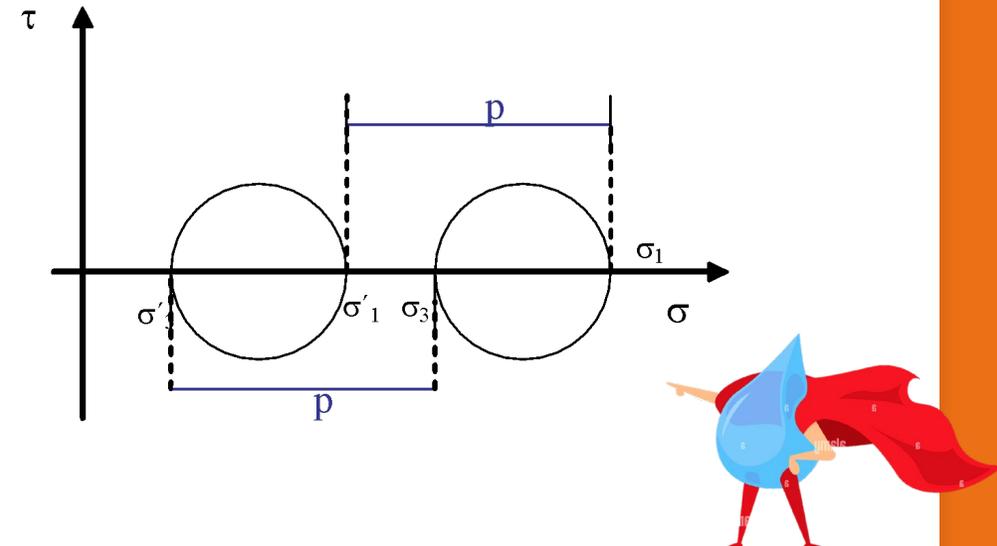
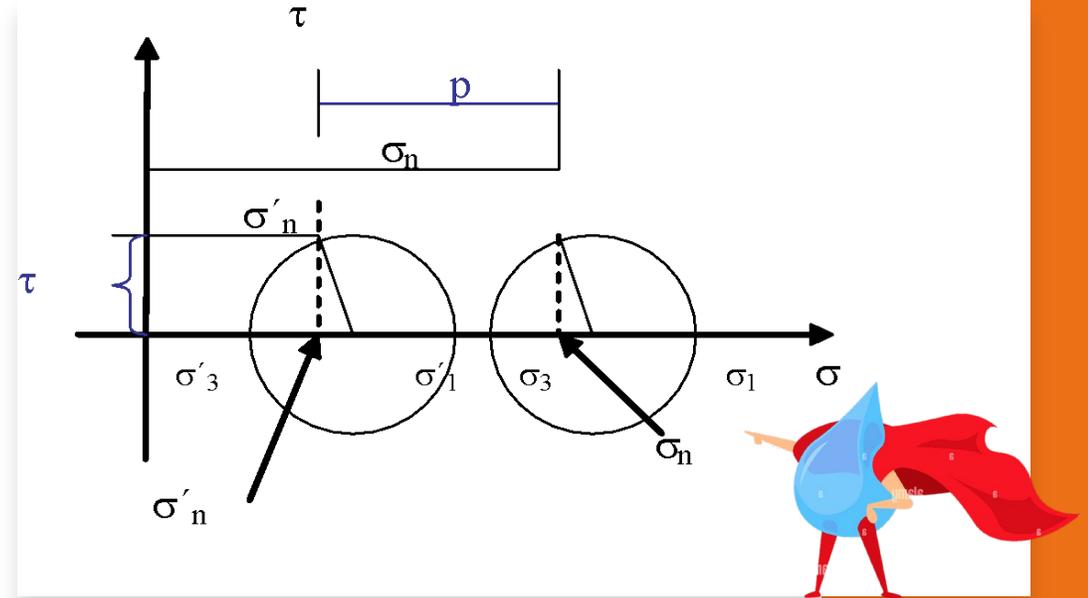


$\sigma'$  = stress efectivo responsable de la deformación de la masa granular

$$\tau = c + (\sigma_n - u) \tan \phi$$

# INFLUENCIA DEL AGUA: STRESS EFECTIVO

- La presión de fluidos reduce el stress normal que actúa en un plano arbitrario, pero no afecta al stress de cizalle.
- Si los esfuerzos totales y efectivos son ploteados en un círculo de Mohr, esta relación se hace evidente.



# EFEECTO DE FRACTURAS PREEXISTENTES

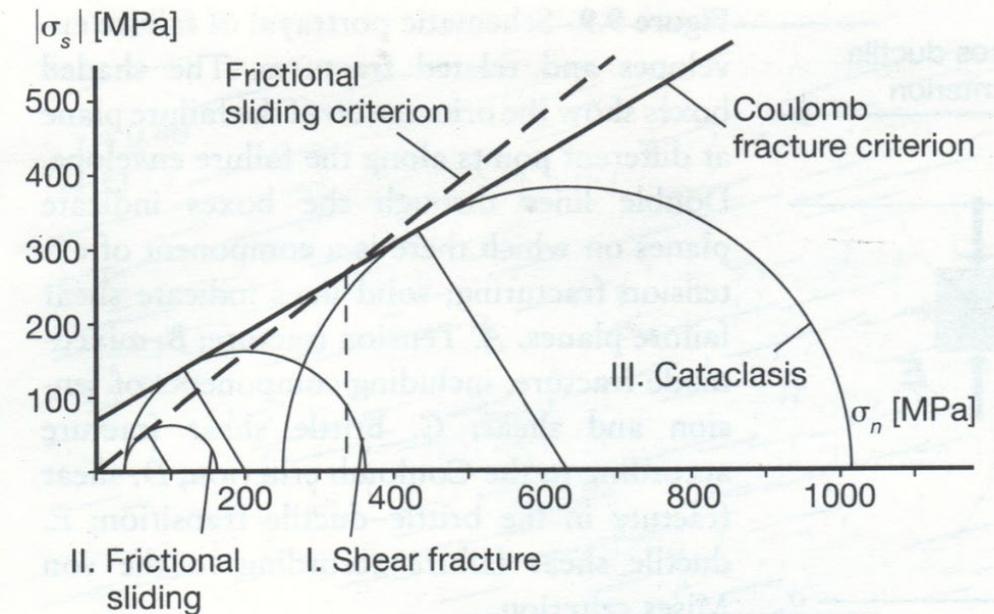
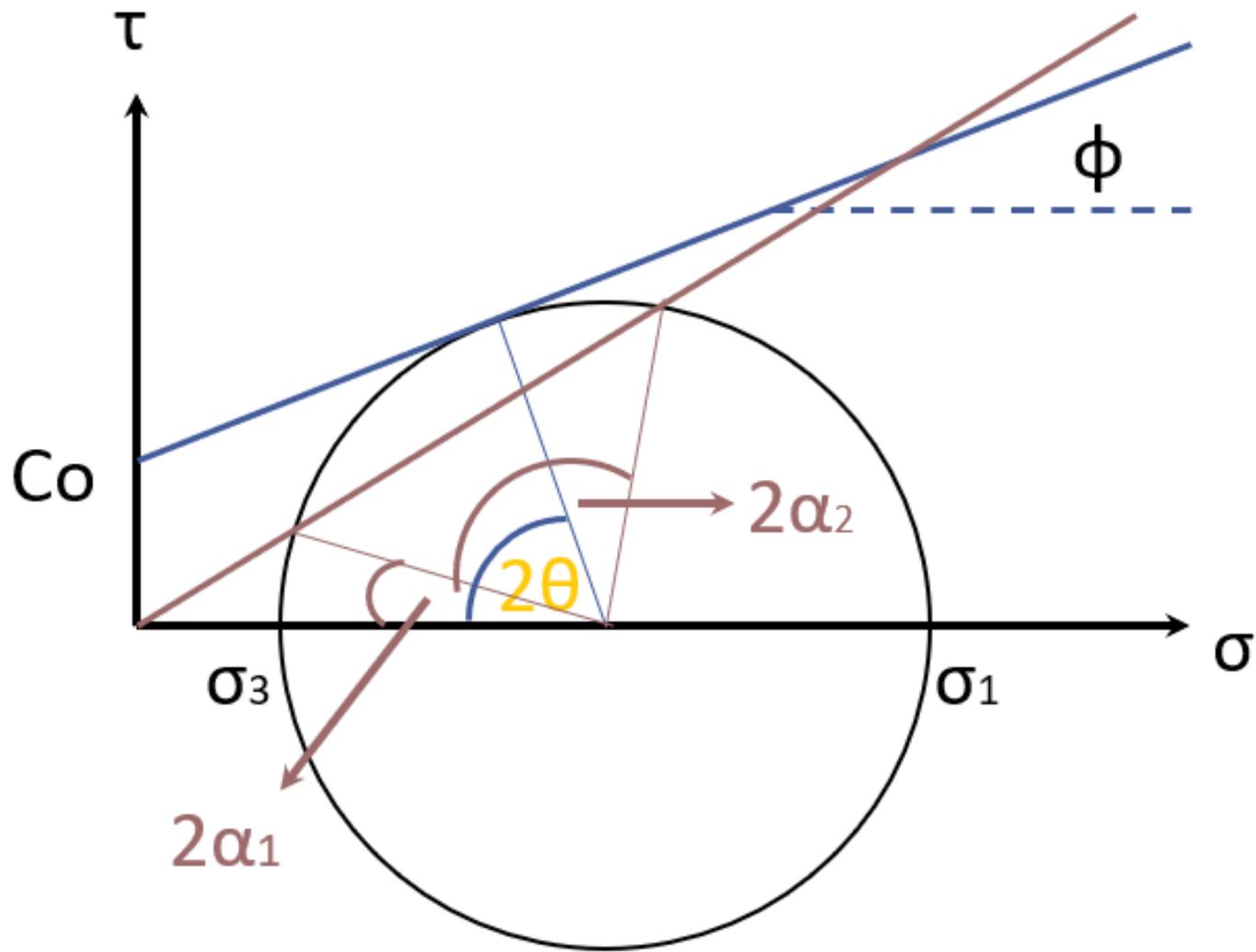


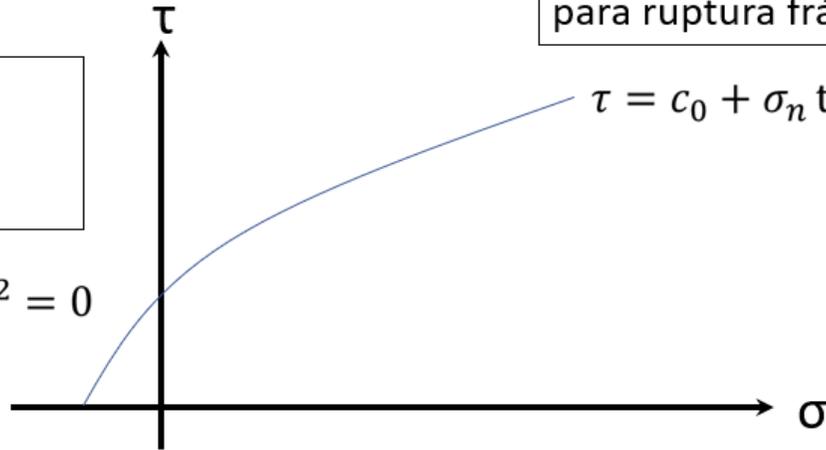
Figure 9.11 Example of Coulomb criterion for fracture (solid line:  $|\sigma_s^*| = 70 + 0.6 E\sigma_n$ ) and for frictional sliding on an existing fault surface (dashed line:  $|\sigma_s^*| = 0.81 E\sigma_n$ ). Data for Weber sandstone. Circle I: a critical stress for shear fracture. Circle II: a critical stress for frictional sliding on the fracture plane at constant confining pressure. Circle III: a critical stress for cataclastic flow during which fracturing requires a lower differential stress than frictional sliding at the same confining pressure  $\hat{\sigma}_3$ .



EFFECTO DE  
FRACTURAS  
PREEXISTENTES

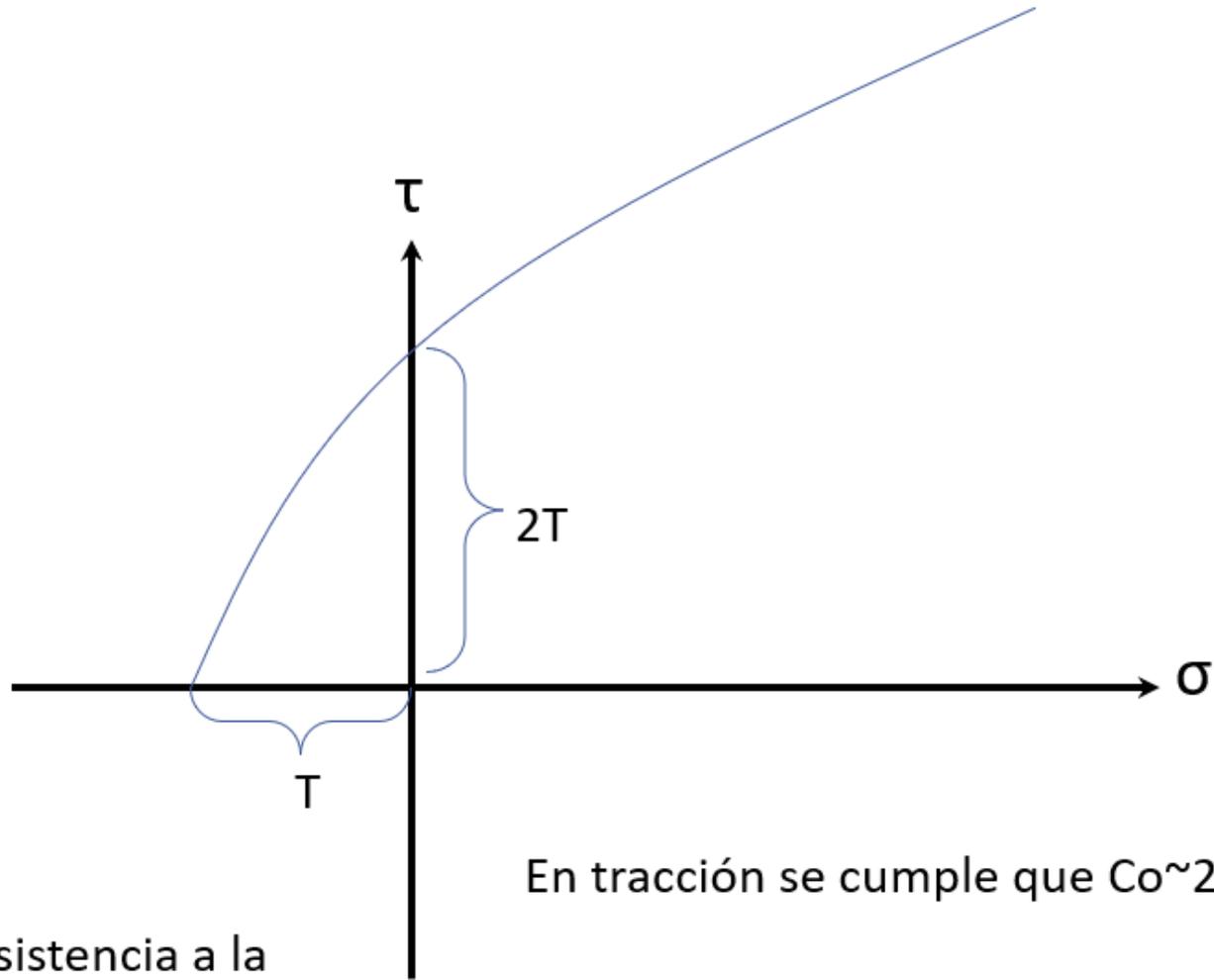
**En tracción:**  
Criterio de Griffith  
para ruptura frágil

$$\tau^2 + 4T\sigma_n - 4T^2 = 0$$



**En compresión:**  
Criterio de Navier – Coulomb  
para ruptura frágil

# Criterios de ruptura frágil



T: resistencia a la tracción

Criterios de ruptura frágil

# Geología Estructural



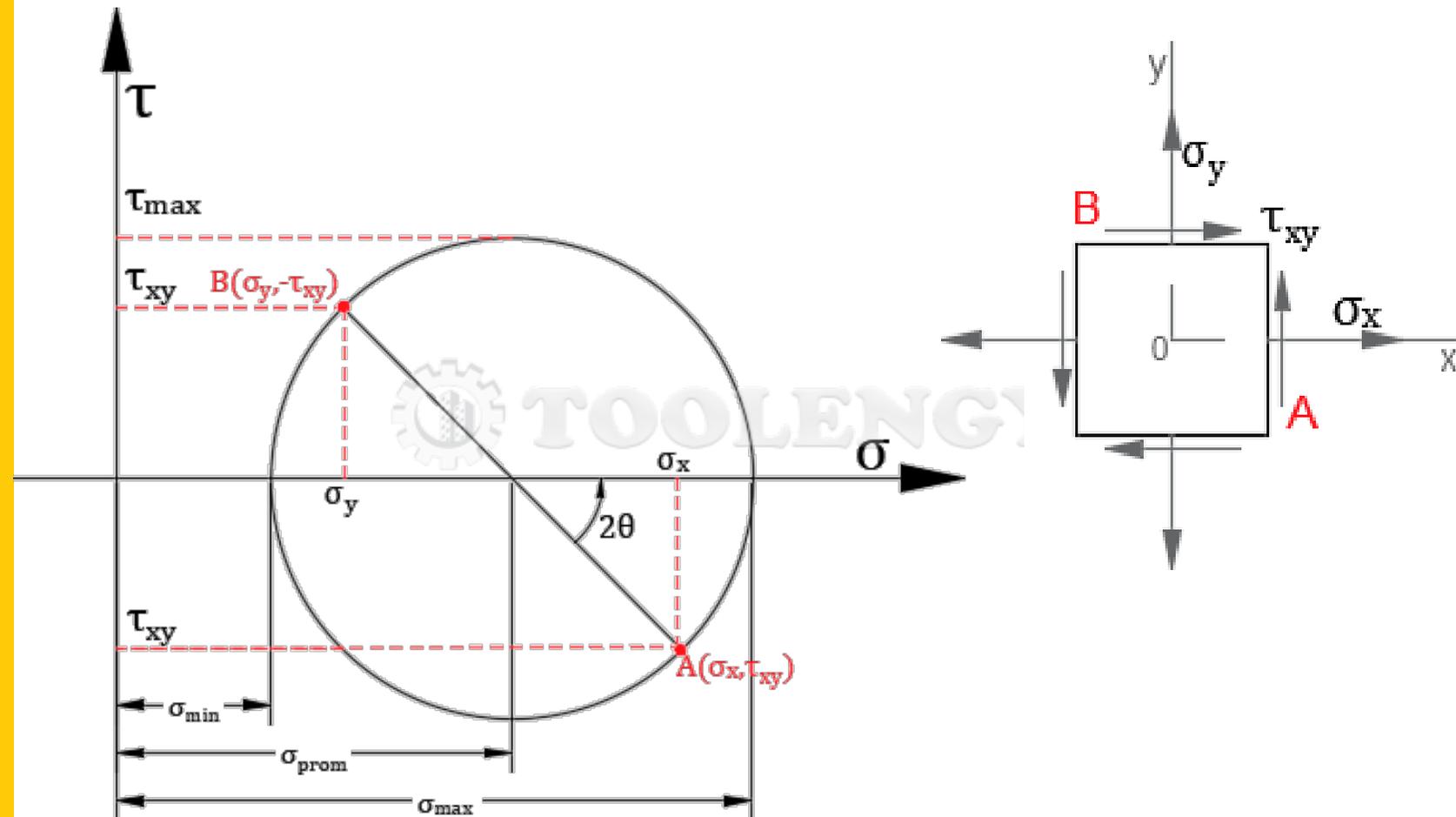
## Círculos de Mohr Stress

Profesora: Sofía Rebolledo  
Auxiliares: Claudio Díaz, Luis Godoy  
Ayudante: Laura Meneses  
GL4101-1 – Primavera 2024

# Bonus complementario con pasos

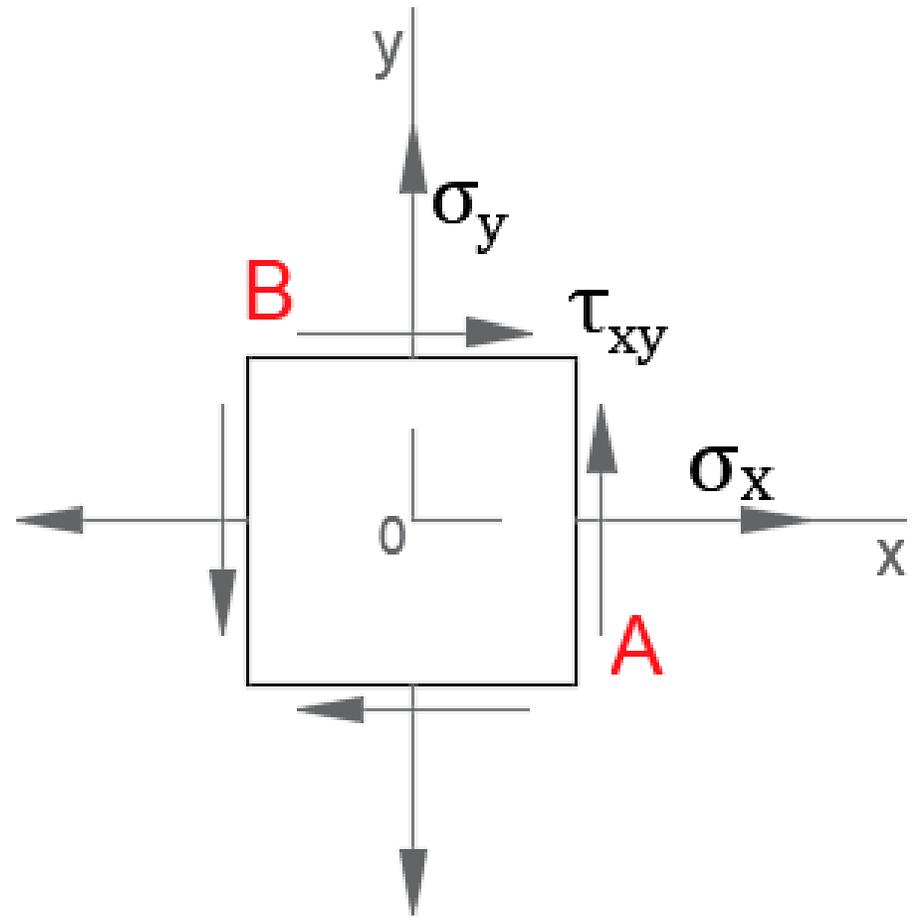
Pasos para...

## Calcular esfuerzos a partir de Círculos de Mohr



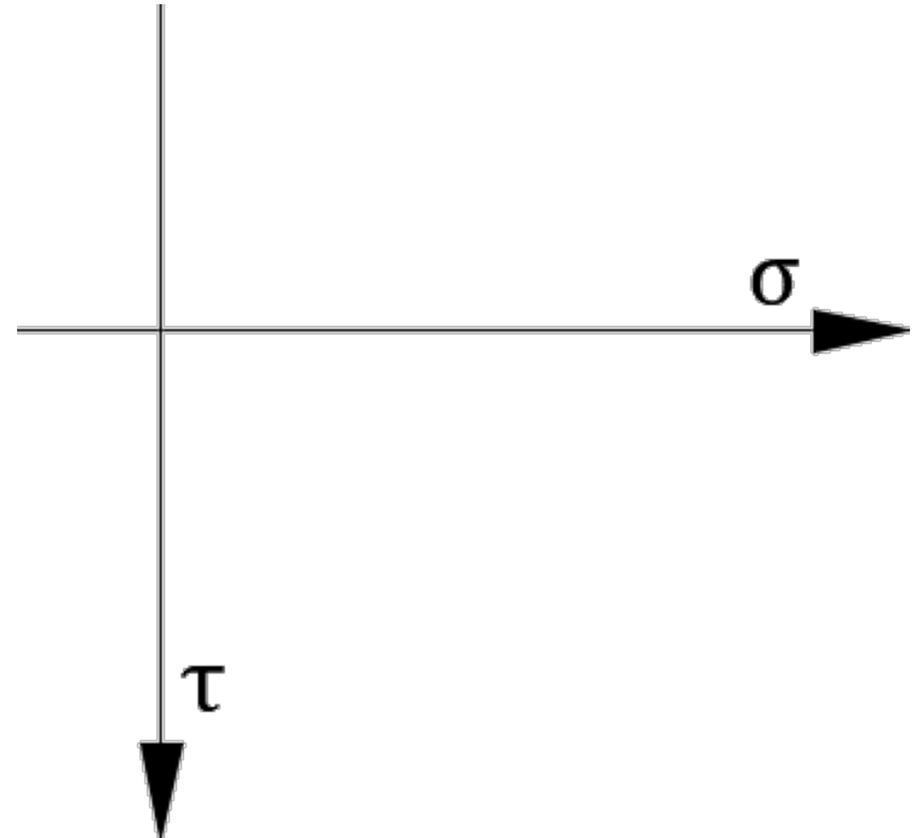
## PASO 1

- Identificar los valores de los esfuerzos  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\tau_{xy}$  (Convenciones de los esfuerzos)



## PASO 2

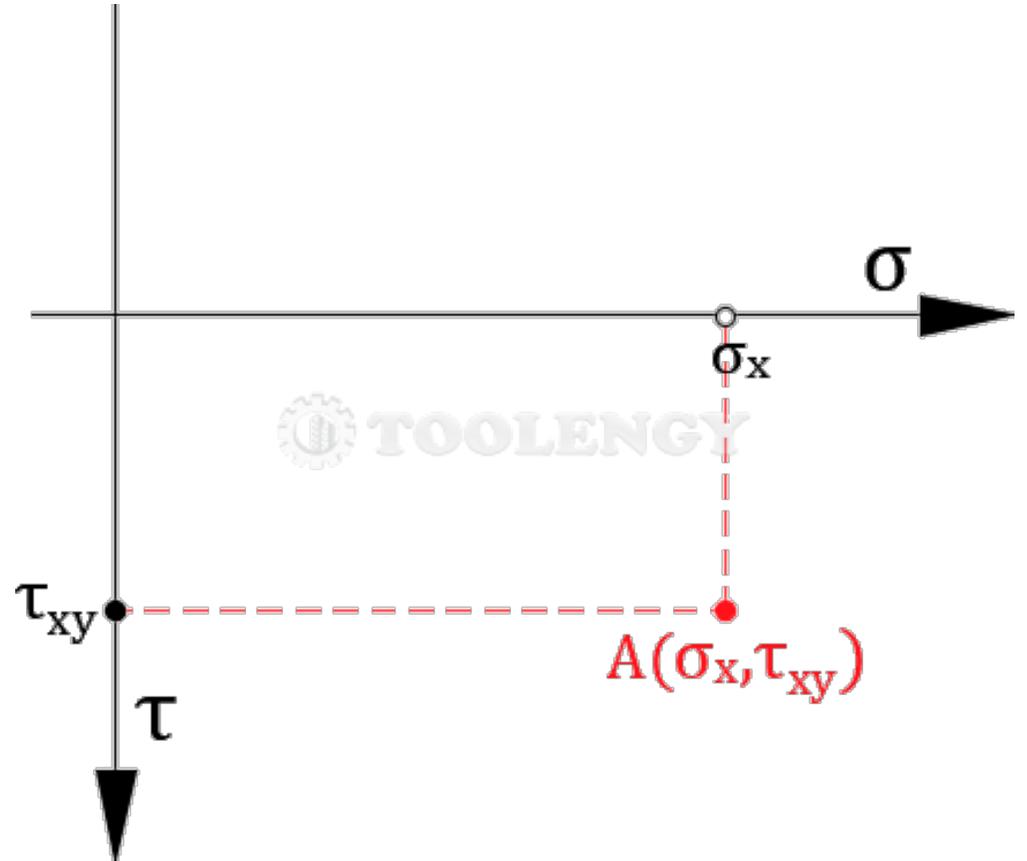
- **Dibujar un sistema de ejes coordenados**  
 $\sigma$  como abscisa (positivo a la derecha) y  $\tau$  como ordenada (positivo hacia abajo)



## PASO 3

- **Localizar el punto A**

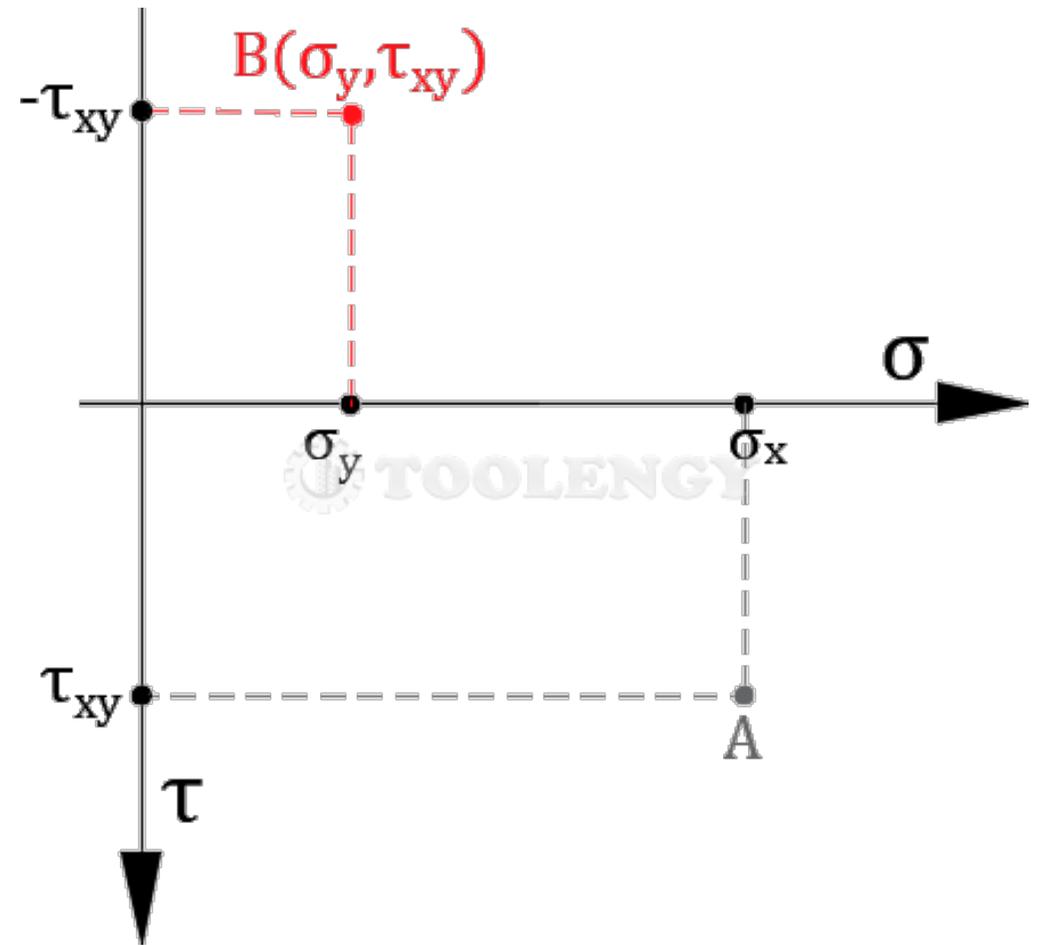
Las coordenadas de este punto son las que representan las condiciones de esfuerzo sobre el plano x del elemento es decir los puntos  $\sigma_x$  y  $\tau_{xy}$



## PASO 4

### ■ Localizar el punto B

Las coordenadas de este punto son las que representan las condiciones de esfuerzo sobre el plano y del elemento  $\sigma_y$  y  $-\tau_{xy}$

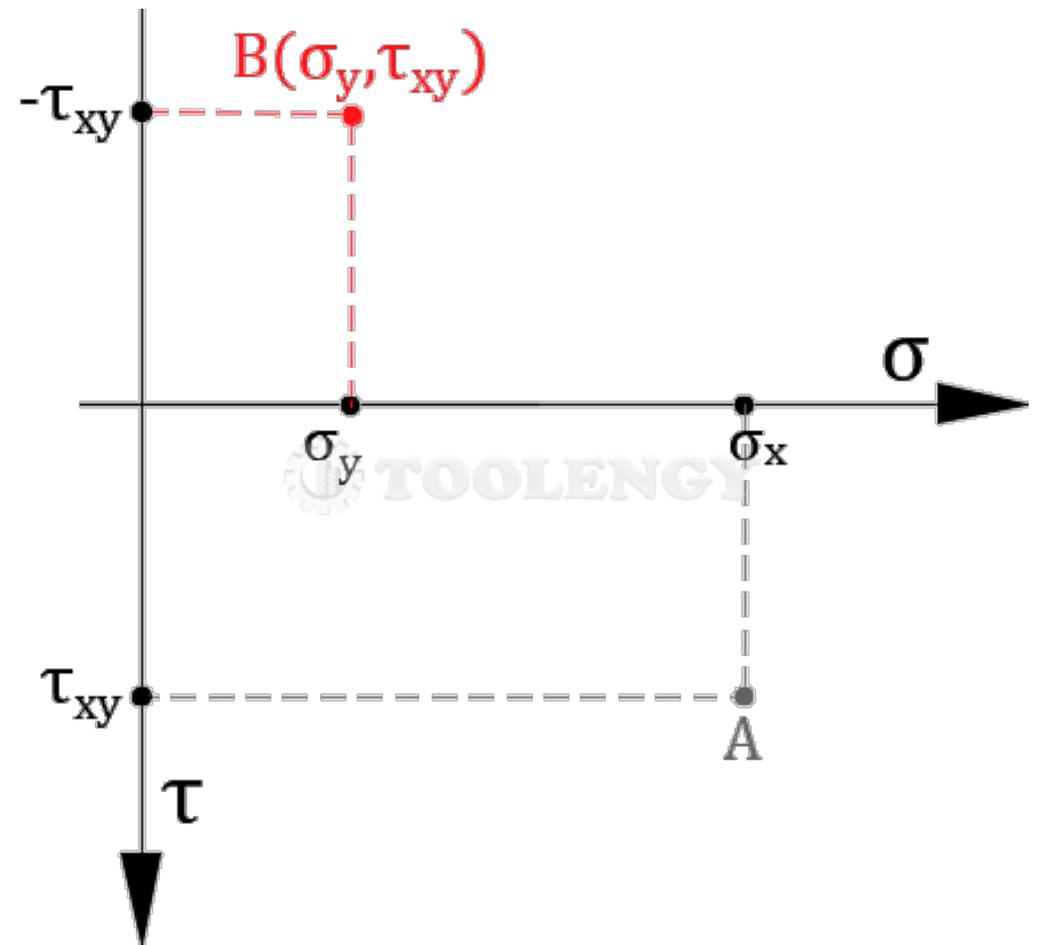


## PASO 5

- Localizar el centro del círculo (Punto C)
- Este se localiza en el punto con coordenadas  $\sigma_{prom}$  y  $\tau_{xy}=0$

(Ecuación 1)

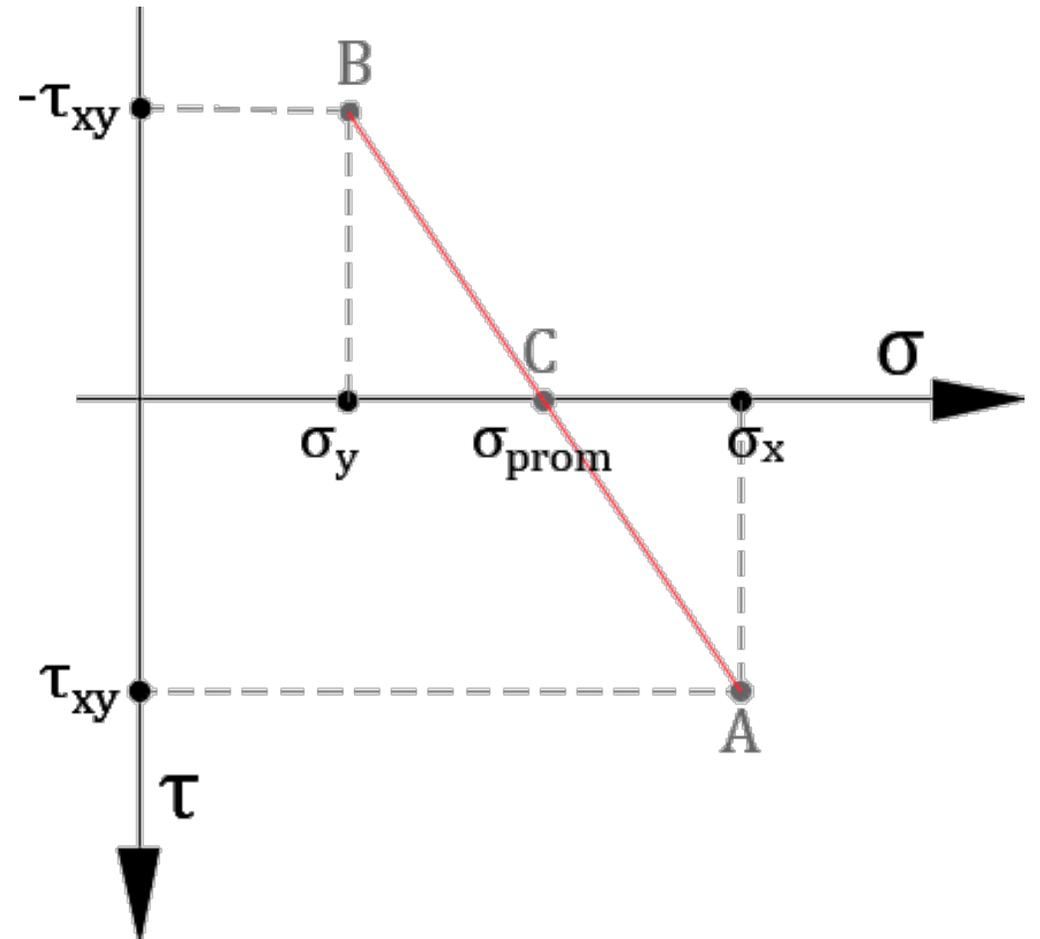
$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$



## PASO 6

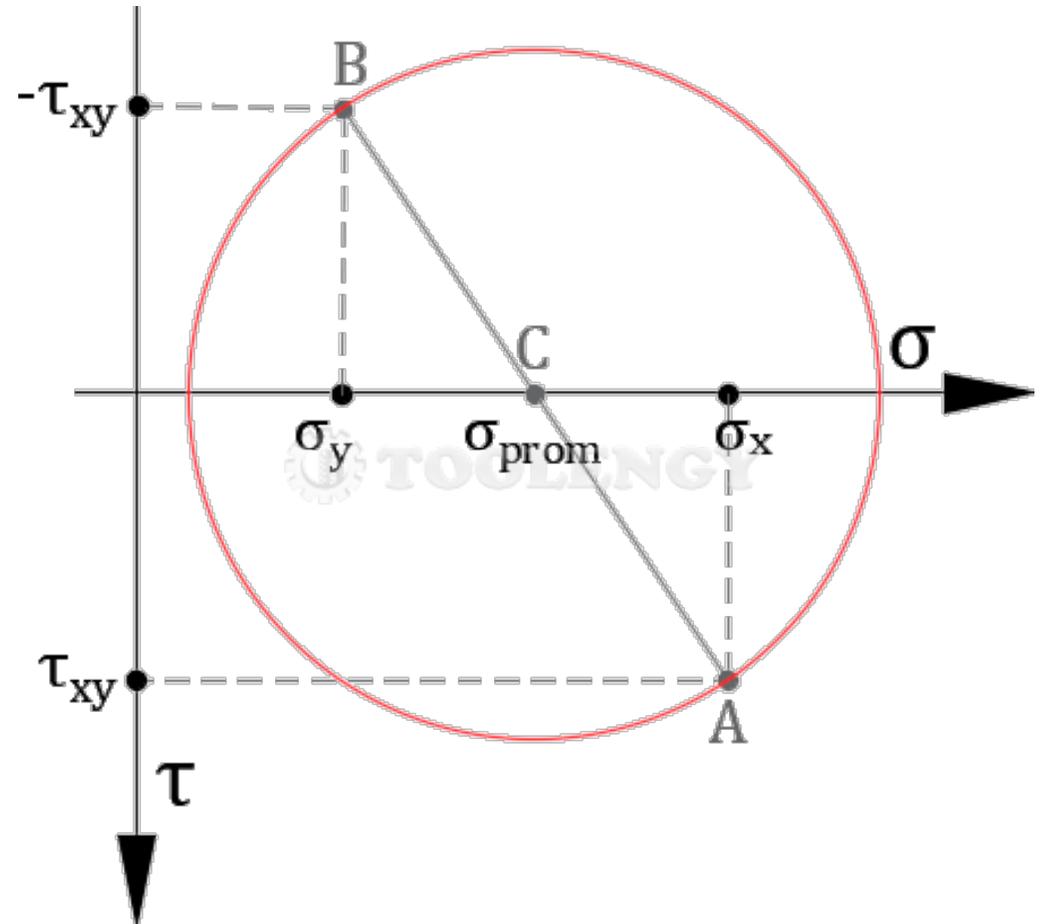
- **Trazar una línea entre los puntos A y B**

La longitud de esta línea corresponde al diámetro del círculo y pasa por el punto C, correspondiente al centro del círculo.



## PASO 7

- **Trazar el círculo**  
Utilizando como centro el punto C, se hace el trazado del círculo de Mohr, pasando por los puntos A y B.

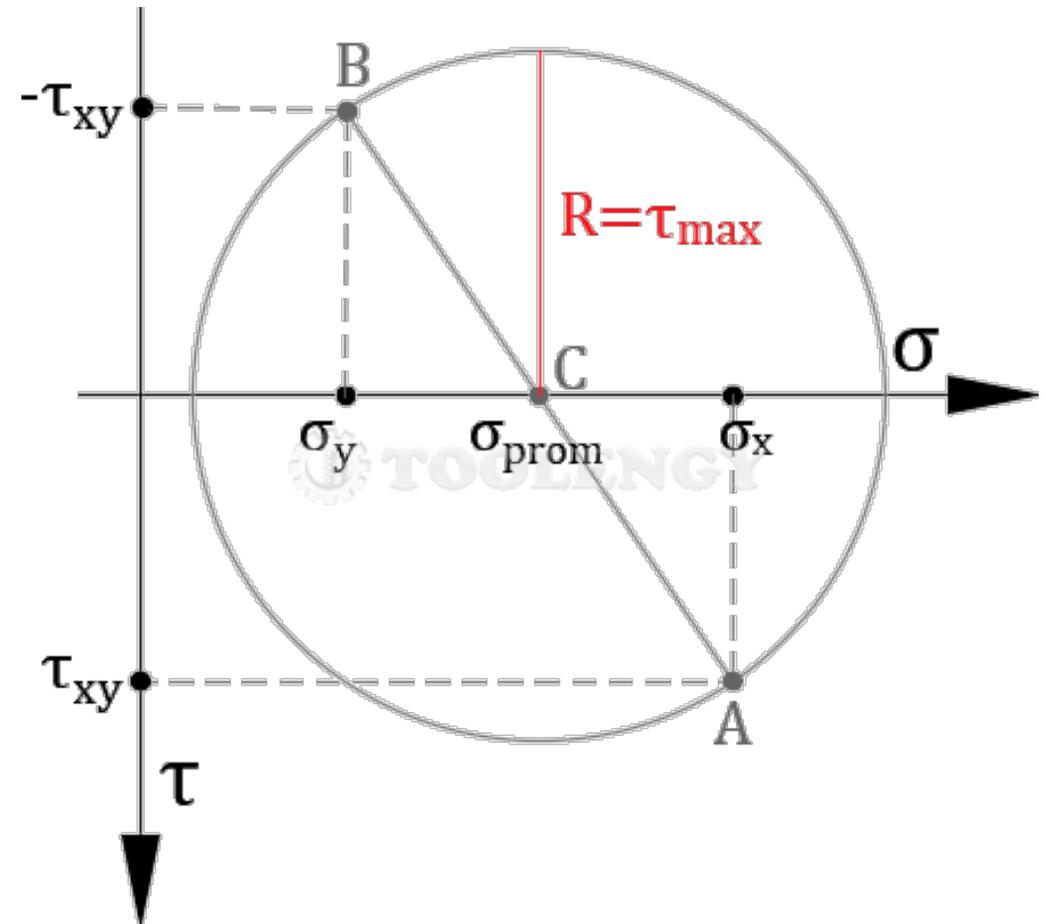


## PASO 8

- **Calcular el Radio del círculo**  
Se puede determinar la longitud de las líneas CA y CB que corresponden al radio del círculo o también  $\tau_{\max}$

(Ecuación 2)

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

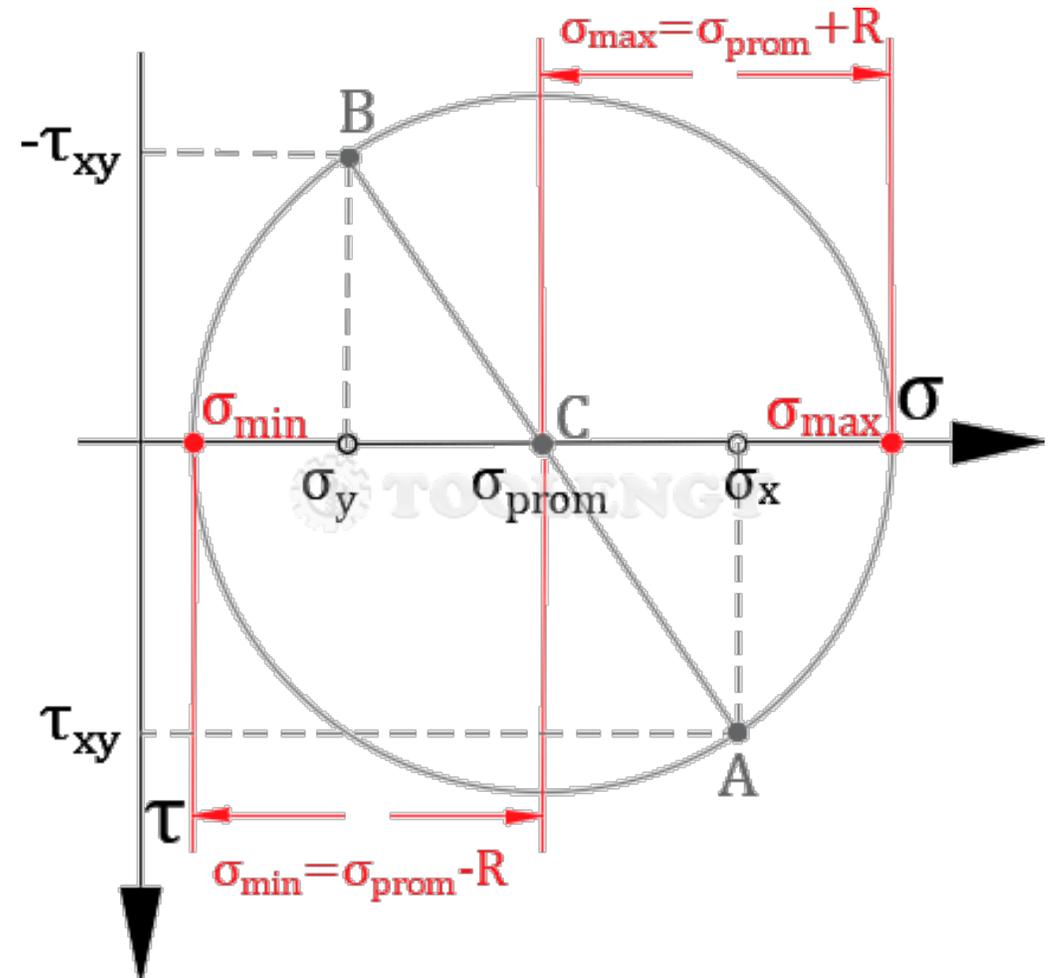


## PASO 9

- **Calcular Esfuerzos Principales**  
Los esfuerzos principales son los correspondientes a  $\sigma_{\max}$  y  $\sigma_{\min}$  y se determinan como:

(Ecuación 3)

$$\sigma_{\max, \min} = \sigma_{\text{prom}} \pm R$$



## PASO 10

### ■ Dirección de los esfuerzos $\theta$

(Ecuación 4)

$$2\theta = \tan\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right)$$

