

FI3111-1 Mecánica Clásica

Profesor: Fernando Lund Plantat

Auxiliar: Manuel Díaz Zúñiga

Ayudantes: Pedro Aguilera Rojas y Kevin Vásquez



## Auxiliar Extra II:

4 de diciembre de 2024

### P1. Péndulo real:

Usualmente en problemas de física solemos considerar un péndulo ideal, que consiste en una cuerda inextensible, sin masa, la cual sostiene una partícula de masa  $m$ . Una aproximación más realista de un péndulo es considerar que la cuerda que sostiene la partícula puede estirarse y contraerse. Para modelar esto, considere un péndulo con una partícula de masa  $m$  suspendida por un resorte ideal con constante elástica  $k$  y largo natural  $l_0$  y en presencia de un campo gravitatorio constante  $g$  (ver figura 1).

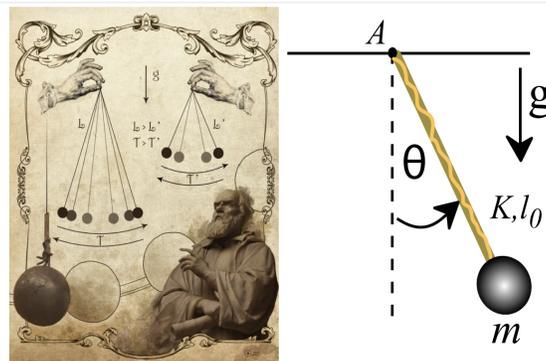


Figura 1: Representación de un péndulo real y Galileo Galilei.

- Calcule el Lagrangiano del sistema y derive las ecuaciones de movimiento en coordenadas cartesianas.
- Estudie los equilibrios del sistema y estudie su estabilidad.
- Aproxime los términos asociados a la fuerza elástica del resorte hasta el primer orden no lineal. Calcule la solución del sistema por aproximaciones sucesivas hasta primer orden.
- (**Propuesto**) Compruebe que su resultado anterior coincide con el límite de pequeñas oscilaciones.

### P2. Partícula sobre campo dipolar:

Una partícula de masa  $m$  se mueve dentro de un campo dipolar cuyo potencial viene dado por

$$V(r, \theta) = \frac{k}{r^2} \cos(\theta) \quad (1)$$

- Escriba la ecuación de Hamilton-Jacobi en coordenadas esféricas y muestre que puede resolverse en separación de variables. Determine la acción asociada  $S$ .
- Encuentre los momentos canónicos del sistema  $(p_r, p_\theta, p_\phi)$  y demuestre que las cantidades  $p_\phi$  y  $L^2 + 2mk \cos(\theta)$  se conservan en este sistema.

**P3. (Propuesto) Potencial de Kepler con campo externo:**

Considere una partícula de masa  $m$  bajo el efecto de un campo radial Kepleriano y un campo constante en una dirección arbitraria  $\hat{f}$ , el cual es descrito por el potencial

$$V(r, \rho) = \frac{k}{r} - F_0 |\vec{f}| \quad (2)$$

Usando el método de Hamilton-Jacobi, encuentre la Acción  $S$ , interprete físicamente las constantes de movimiento que encuentre, y las ecuaciones de movimiento.