

FI3111-1 Mecánica Clásica

Profesor: Fernando Lund Plantat

Auxiliar: Manuel Díaz Zúñiga

Ayudantes: Pedro Aguilera Rojas y Kevin Vásquez



Auxiliar 8: Ciclos límites y aproximaciones sucesivas

9 de octubre de 2024

P1. Formas normales:

Derive las formas normales de los problemas "la vara mágica" y "el péndulo de Andronov" del auxiliar 6.

P2. Ciclo límite:

Considere el siguiente sistema dinámico:

$$\dot{x} = \mu x - \omega y - \sigma(x^2 + y^2)x \quad (1)$$

$$\dot{y} = \mu y + \omega x - \sigma(x^2 + y^2)y \quad (2)$$

Donde x e y dan cuenta de la posición de una partícula.

- Muestre que este sistema exhibe un cambio cualitativo (bifurcación), con parámetro crítico μ .
- Después de ocurrir la bifurcación el sistema tiene como atractor una solución periódica (ciclo límite). Encuentre la expresión analítica de este ciclo límite. Grafique y analice las soluciones a las ecuaciones de movimiento.
- Grafique las trayectorias del espacio de fase del sistema para valores de μ negativos y positivos.

P3. Oscilador no lineal:

Considere la siguiente ecuación de movimiento para un oscilador no lineal:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -\alpha x^2 - \beta x^3$$

Resuelva esta ecuación mediante el método de aproximaciones sucesivas justificando las aproximaciones realizadas.