

FI3111-1 Mecánica Clásica

Profesor: Fernando Lund Plantat

Auxiliar: Manuel Díaz Zúñiga

Ayudantes: Pedro Aguilera Rojas y Kevin Vásquez



Auxiliar 6: Inestabilidades y teoría de bifurcaciones

24 de septiembre de 2024

P1. La vara mágica:

Considere un sistema compuesto por una barra vertical, caracterizada por un momento de inercia I con respecto al eje vertical. Esta puede girar libremente respecto a esta dirección. Sobre esta barra es soldada una vara cuya masa y tensor de inercias son despreciables, la cual forma un ángulo α con la barra vertical, como muestra la Figura 1. Considere un anillo de masa m sobre la vara oblicua la cual es esta lubricada, es decir, sobre el anillo se ejerce una fuerza de fricción húmeda caracterizada por un coeficiente de atenuación μ . El anillo puede describir en general una trayectoria sobre el cono generado por la vara en revolución.

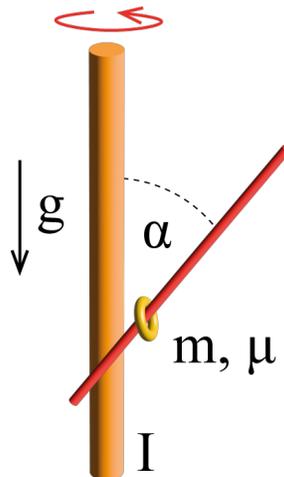


Figura 1: Vara con anillo (partícula de Shilnikov).

- Encuentre el Lagrangiano y las ecuaciones de movimiento del anillo.
- Encuentre los puntos de equilibrio del sistema (equilibrios relativos), estudie la estabilidad de estos.
- Estudie pequeñas oscilaciones al rededor de estos equilibrios.
- Muestre que este sistema presenta un cambio cualitativo de la dinámica para su equilibrio relativo, es decir, muestre que la dinámica del sistema es cualitativamente distinta en torno a los puntos de equilibrio relativo, según sea el valor de los parámetros del sistema.
- Grafique las trayectorias en el espacio de fase antes y después del cambio.

P2. Péndulo de Andronov:

Considere un aro de radio R , el cual tiene roce despreciable con la superficie. Un anillo de masa m , puede deslizarse sobre el aro sintiendo el efecto de disipación de tipo húmeda, es decir, proporcional a la velocidad, de magnitud λ . El aro es sometido a girar con respecto a la vertical con una velocidad angular Ω constante, como muestra la Figura 1.

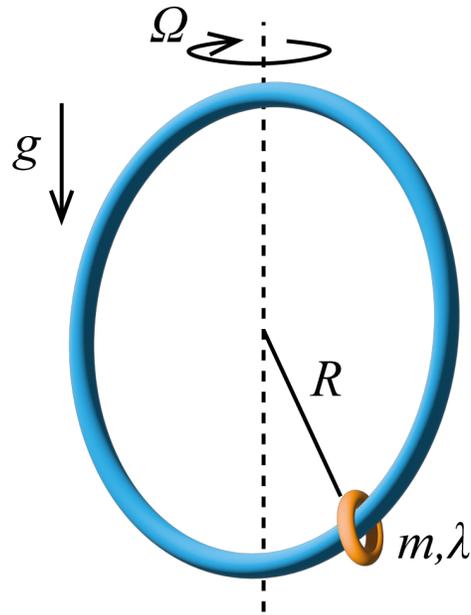


Figura 2: Péndulo de Andronov

- Encuentre el Lagrangiano del sistema.
- Encuentre las ecuaciones de movimiento.
- Para disipación nula, ¿Qué cantidades conservadas existen?
- Caracterizar los equilibrios del sistema con disipación, en función de las variables del espacio de parámetros.
- Graficar el espacio de fase del sistema.