Pauta Aux 16:

La ley de Maxwell nos dice:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J} + \mu \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} : \text{ Forma diferencial de } \vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \int \vec{I} dl \times (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J} + \mu \frac{\partial D}{\partial t} \iff \vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \int \vec{I} \, dl \times (\vec{r} - \vec{r}')$$

En estado estacionario: $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$

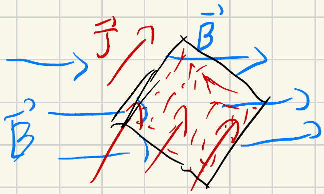
$$\Rightarrow \nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J}$$

Cuando tenemos el rotor de un campo podemos usar el teorema de Stokes para simplificar los calculos

$$\oint_{\partial A} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \iint_A (\nabla \times B) \cdot d\vec{S} = \mu \iint_A \vec{J} \cdot \vec{dS} = \mu I$$

Para aplicar esta ley se debe definir una curva cerrada (∂A) por la cual se hace la integral de linea del $\vec{B}$.
El area (A) contenida en la curva cerrada es la cual hay que analizar cuanta

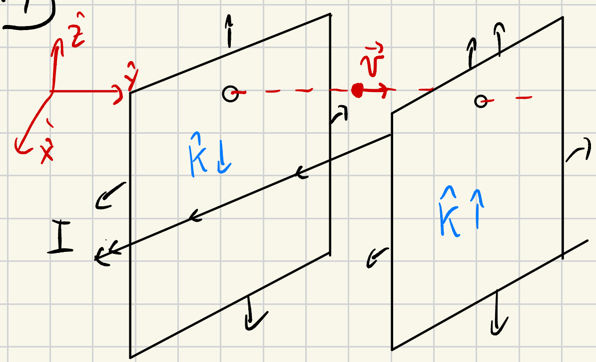
corriente traspasa:



La suma de la componente de $\vec{B}$ que recorre el contorno del cuadrado: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}$ Es igual al total de corriente que atravieza el cuadrado:

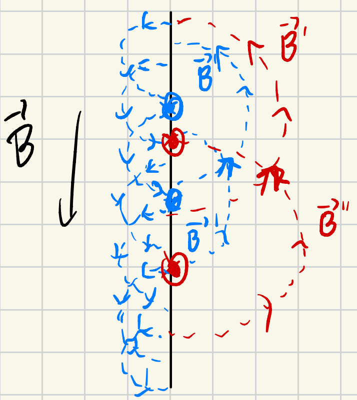
$$\iint \vec{J}\, d\vec{S}$$

P1)

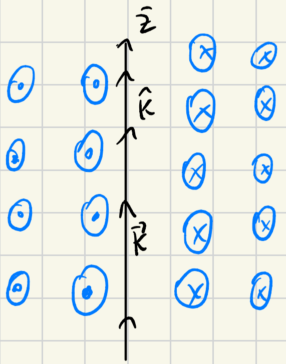


Para calcular el campo en los orificios, calcularemos el campo de cada uno de los conductores.

I. Placa infinita:

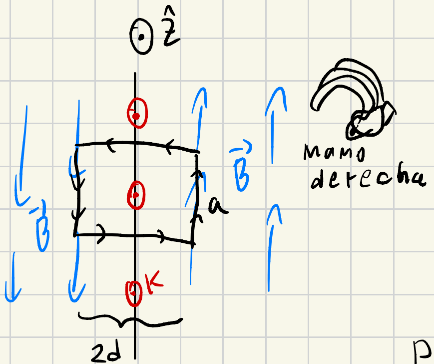


Notemos que en cualquier punto del espacio la componente normal a la placa del $\vec{B}'$ se anula con la corriente de otra seccion de la placa. Con esto concluimos que solo hay campo en $\hat{x}$



Por ley de la mano derecha podemos ver el sentido del campo

Ahora veamos la placa a travez del eje z.



tomemos la curva cerrada de un rectangulo con 2 lados de largo a paralelos al campo y 2 lados de largo 2d normales a la placa.

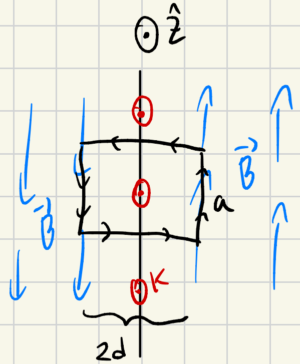
Por los lados (2d) la integral de linea $\int_{4d} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$ pues son perpendiculares al campo.

En los lados a la integral $\int_{2a} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2aB(d)$

Es igual al largo de ambos lados por la magnitud del campo a una distancia d de la placa.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{4d} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{2a} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0 + 2aB(d)$$

Notemos que esto solo lo pudimos hacer pq al ser infinito sabemos que el campo es uniforme a una distancia d. Por simetria, como cuando usabamos Gauss,



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = I\mu = 2aB(d)$$

Ahora calcularemos la corriente que atraviesa el rectangulo.

Este sera la corriente sup. por el largo estudiado.

$$I = \int_a K\,dl = K\int_a dl = Ka$$

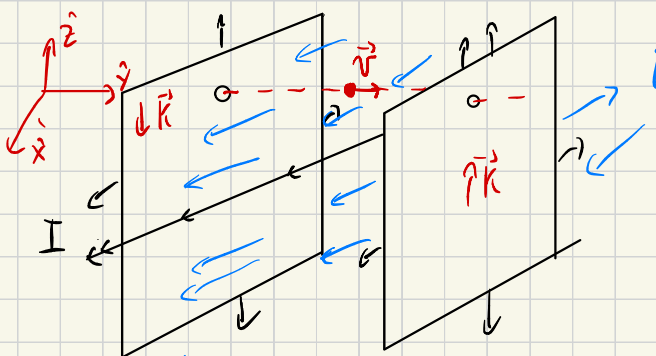
$$\Rightarrow \mu I = \mu K a$$

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I = 2\cancel{a}\,B(d) = \mu K \cancel{a}$$

$$B(d) = \frac{\mu K}{2}$$

Sabemos por ley de mano derecha los sentido.

Notemos que el $B(d)$ es independiente del d. Esto nos dice que el campo es constante en todo el espacio.

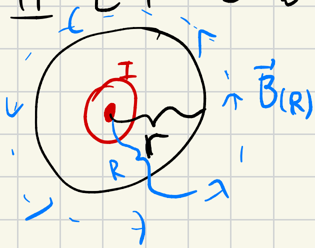


$$B_{ext} = \left(\frac{K\mu}{2} - \frac{K\mu}{2}\right)\hat{x} = 0$$

$$\vec{B}_{int} = \frac{\mu K}{2}\hat{x} + \frac{\mu K}{2}\hat{x} = \mu K \hat{x}$$

Made with Goodnotes

II El cable:



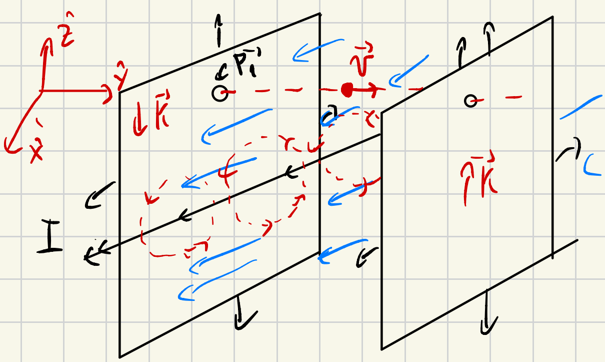
Tomemos la curva cerrada el circulo con centro el cable. Por simetria podemos decir que el campo en el contorno del circulo es de magnitud cte.

$$\Rightarrow \oint \vec{B}_{(r)} \cdot d\vec{l} = B_{(r)} \underbrace{\oint dl}_{2\pi r} = B_{(r)}\, 2\pi r$$

$$y \quad I\mu_0 = \iint \vec{J}\, ds$$

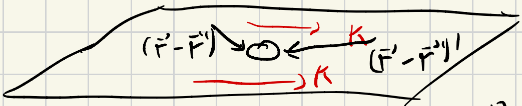
ley Ampere $\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I = B(r)\, 2\pi r$

$$\Rightarrow \vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, \hat{\theta}$$



Para sacar el $\vec{B}$ en los orificios tendremos que sumar los campos de los 3 conductores en ese punto

Calculemos $\vec{B}(P_1)$ con P_1 posicion de uno de los agujeros.



El campo en P_1 producido por la placa donde esta el agujero es 0 pues $\vec{K}$ y $(\vec{r}-\vec{r}')$ estan

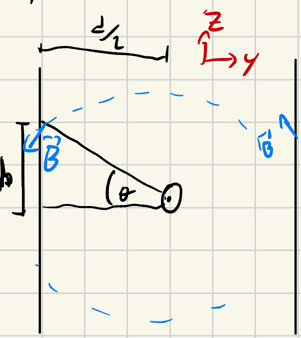
el mismo plano por lo que solo queda la componente normal del campo que vimos que se cancelaba
Por geometria

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \vec{K} dA \times (\vec{r}-\vec{r}') = \vec{B} = \frac{\mu K}{4\pi} \cancel{\iint dA (\vec{r}-\vec{r}') \hat{z}} = 0$$

La contribucion de la otra placa es

$$\vec{B}_{(P_1)\,placa\,2} = \frac{\mu_0 K}{2}\hat{x}$$

Y del cable es $\vec{B}_{cable}(P_1) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$



$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{h}{d}\right) \quad r = \sqrt{\frac{d^2}{4}+h^2}$$

$$\vec{B}_{cable} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(-sen(\theta)\hat{y} - cos(\theta)\hat{z}\right)$$

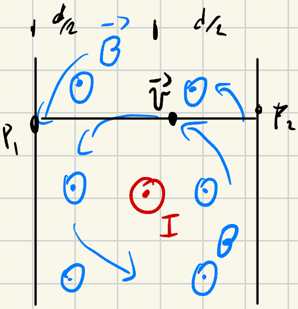
$$\vec{B}_{(P_1)} = \frac{\mu_0 K}{2}\hat{x} - \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{h^2+\frac{d^2}{4}}}\left(sen(\theta)\hat{y} + cos(\theta)\hat{z}\right)$$

Por simetria $\vec{B}(P_2) = \frac{\mu_0 K}{2}\hat{x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{\frac{d^2}{4}+h^2}}\left(-sen(\theta)\hat{y} + cos(\theta)\hat{z}\right)$

P_2 = posicion del otro agujero

b) Calcule el trabajo del $\vec{B}$ sobre la particula

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ por definicion de producto cruz la fuerza sera perpendicular tanto a $\vec{B}$ como a $\vec{v}$



Sabemos que el trabajo es la integral de linea de la fuerz por la trayectoria del cuerpo

$$W = \int_{-d/2}^{d/2} F_{xz} \cdot dy = \int_{-d/2}^{d/2} 0 = 0$$

El trabajo del campo magnetico sobre la carga puntual es 0.