Electromagnetismo FI2002-3 Primavera 2024
Profesor: Claudio Arenas
Auxiliares: Martín Leiva, Pablo Guglielmetti

Trabajo Dirigido 1

P1. A falta de $\vec{J}$, más $\vec{J}$

Una esfera conductora de radio a y conductividad σ tiene carga total Q. En un estado inicial $t = 0$ la carga está distribuida uniformemente en la esfera. Dado que es un conductor, pasado un tiempo $t > 0$ toda la carga se agolpará en la superficie de la esfera.

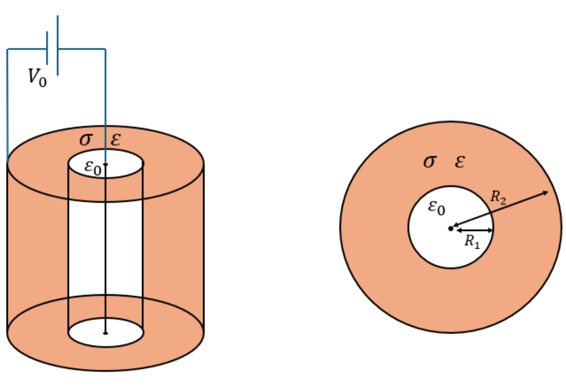
a) Calcule la densidad de carga $\forall t > 0$.(Hint: Encuentre una EDO con $\frac{\sigma}{\epsilon}\rho(t) = \nabla \cdot \sigma\vec{E} = \nabla \cdot \vec{J}$ y la ecuación de continuidad.

b) ¿Cómo evoluciona la energía electrostática de la esfera?

c) Muestre que la energía perdida por el efecto Joule es igual a la pérdida de energía electrostática

P2.

Considere un casquete cilíndrico grueso de radio interior R_1, radio exterior R_2 y de largo L. Este está formado por un material de conductividad σ y de permitividad ϵ.
En $r = 0$, $r = R_1$ y $r = R_2$ existen, a lo largo de L, unas placas idealmente conductoras. Estas son de grosor despreciable. En $r < R_1$ hay aire.
Se conectan las placas conductoras de $r = 0$ y $r = R_2$ a travez de una fuente ideal de voltaje V_0.
Calcule tanto resistencia entre R_2 y R_1, como la capacitancia entre R_1 y R_0. Para luego resolver el circuito RC. Obteniendo el voltaje en el condensador y la potencia en la resistencia $\forall t > t_0$. (Considere que el condensador esta descargado en t_0)



P3. Ah verdad, dieléctricos...
Una esfera conductora a potencial V_0 está semienterrada en un dieléctrico lineal de susceptibilidad eléctrica χ_e que ocupa la región $z < 0$ del espacio. Hipótesis: El potencial es el mismo en todas partes al que hubiese habido ante la ausencia de dieléctrico. Compruebe esta hipótesis como sigue:

a) Escriba la fórmula para el potencial propuesto $V(r)$ en términos de V_0, R y r. Úselo para determinar el campo.

b) Con el resultado anterior determine la polarización, las cargas ligadas y la distribución de carga libre en la esfera.

c) Muestre que, efectivamente, la configuración resultante de carga produciría el potencial $V(r)$.

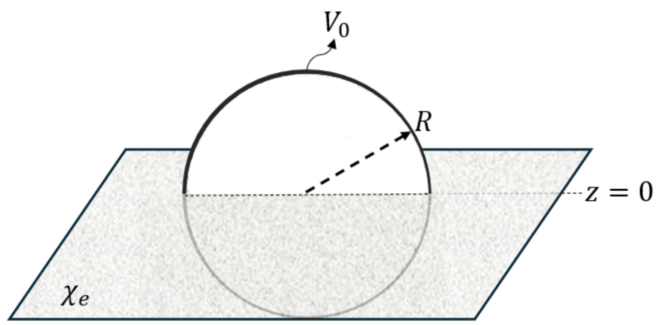


Figura 1: P3

Resumen

Capacitancia:

$$C = \frac{Q}{V} \qquad\qquad I = C\frac{dV}{dt}$$

Ley de ohm:

$$V = RI \qquad\qquad \vec{J} = \sigma\vec{E}$$

Ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Dieléctricos

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_l$$

donde ρ_l es la densidad de carga libre.

La relación de constitución en dieléctricos lineales es:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0\chi_e\mathbf{E}$$

Definiendo $\varepsilon = \varepsilon_0(1+\chi_e)$, se llega a que:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$$

Energia electroestática

$$U = \iiint_\infty |E|^2 dV \tag{1}$$

Ley de Gauss:

$$\iint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0}$$