Electromagnetismo FI2002-5 Primavera 2024
Profesor: Claudio Arenas
Auxiliares: Pablo Guglielmetti, Martín Leiva
Ayudante: Gerd Hartmann

Auxiliar 2: Densidad de carga

P1. .
Considere un cilindro cargado de altura h y radio R. Su densidad de carga volumetrica esta dada por la expresion:

$$\rho(r, z) = 3q_0 r^3 \sqrt{z}$$

Considere z=0 la base del cilindro y r la distancia a su eje de simetria.
Calcule la carga total del cuerpo.

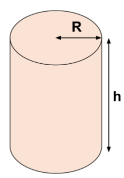

Figura 1

P2.
Considere dos placas infinitas y paralelas a una distancia d. La placa inferior tiene densidad de carga superficial σ, mientras que la superior tiene densidad $-\sigma$. Ademas la placa superior contiene un agujero de radio R.
Encuentre los puntos donde el campo electrico se anula.

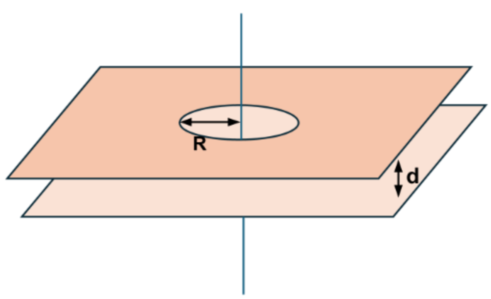

Figura 2

P3.

Considere un anillo de radio R con una densidad de carga lineal dada por:

$$\lambda(\theta) = q_0 \frac{|\theta|}{\pi}$$

Donde $\theta \in$ [-π , π]

Encuentre el campo electrico en el centro del anillo.

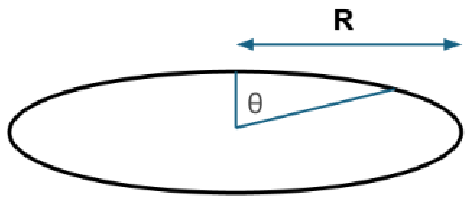

Figura 3

Resumen

Ley de Coulomb y Campo Eléctrico

La ley de Coulomb establece que la fuerza que siente una carga de prueba Q debido a otra partícula de carga q es

$$\vec{F} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{||\vec{r}-\vec{r}\,'||^3}$$

Donde $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2}$ es la permitividad del vacío, $\vec{r}$ es la posición de la carga Q y $\vec{r}\,'$ es la posición de la carga q.

A partir de esto se define el campo eléctrico de una carga q como:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{||\vec{r}-\vec{r}\,'||^3}$$

Y entonces, de forma general para una distribución discreta de N cargas puntuales q_i se tiene que:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i^N q_i\frac{\vec{r}-\vec{r_i}'}{||\vec{r}-\vec{r_i}'||^3}$$

En el caso de distribuciones continuas de carga, consideramos la carga total como suma de cargas infitesimales dq que generan su $d\vec{E}$.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_\tau d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_\tau \frac{dq(\vec{r}-\vec{r_i}')}{||\vec{r}-\vec{r_i}'||^3}$$

El campo $d\vec{E}$ sera prporcional a la densidad de carga, sea lineal, superficial o volumetrica:

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

$$\sigma = \frac{dq}{dA}$$

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

Directamente podemos expresar dq en terminos de las densidades:

$$dq = \lambda(\vec{r}')dl$$

$$dq = \sigma(\vec{r}')dA$$

$$dq = \rho(\vec{r}')dV$$

Para obtener la carga total integramos dq en el espacio.

$$Q = \int_\tau dq$$