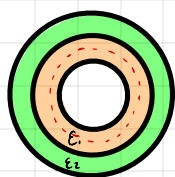


P1 | En primer lugar, notamos que los condensadores están en serie. Entonces obtendremos la capacitancia de cada uno por separado y la equivalente la obtenemos con $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

Primero veamos el condensador cercano al punto A. Podemos notar que $\vec{E} = E(r)\hat{r}$ y $\vec{D} = D(r)\hat{r}$



$$\vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_0^L \int_0^{2\pi} (D(r)\hat{r}) \cdot (r d\phi dz \hat{r}) = D(r) 2\pi r dz$$

Para la carga encerrada, nos damos una : $Q_{libre}(a) = +Q$.

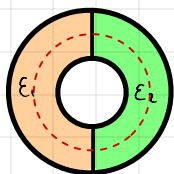
$$\Rightarrow \vec{D} = \frac{Q}{2\pi r L} \Rightarrow \vec{E}_1 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_1 r L} \quad y \quad \vec{E}_2 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_2 r L}, \text{ ie, } \vec{E} = \begin{cases} \vec{E}_1 & r \in (a, 2a) \\ \vec{E}_2 & r \in (2a, 3a) \end{cases}$$

Con ello, podemos obtener la diferencia de potencial

$$\Delta V = V(a) - V(3a) = - \int_a^{3a} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_a^{2a} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} - \int_{2a}^{3a} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{2\pi \epsilon_1 L} \int_a^{2a} \frac{dr}{r} + \frac{Q}{2\pi \epsilon_2 L} \int_{2a}^{3a} \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{Q}{2\pi L} \left[\frac{\ln 2}{\epsilon_1} + \frac{\ln(3/2)}{\epsilon_2} \right] \Rightarrow C_1 = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{2\pi L}{\frac{\ln 2}{\epsilon_1} + \frac{\ln(3/2)}{\epsilon_2}}$$

Ahora veamos el otro cilindro. En este caso, no tenemos la simetría, ya que dependiendo de ϕ , estamos en un medio o el otro: $\vec{D} = D(r, \phi)\hat{r}$ y $\vec{E} = E(r, \phi)\hat{r}$. Sin embargo, desde la condición de borde de las componentes tangenciales a una superficie del campo eléctrico: $E_{1t} = E_{2t} \Rightarrow$ en realidad el campo eléctrico no depende de ϕ .



$$\iint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_0^L \int_0^{2\pi} (\epsilon(\phi) E(r)\hat{r}) \cdot (r d\phi dz \hat{r}) = \int_0^L \int_0^{\pi} \epsilon_1 E(r) r d\phi dz + \int_0^L \int_{\pi}^{2\pi} \epsilon_2 E(r) r d\phi dz$$

$$= (\epsilon_1 + \epsilon_2) E(r) \pi r L$$

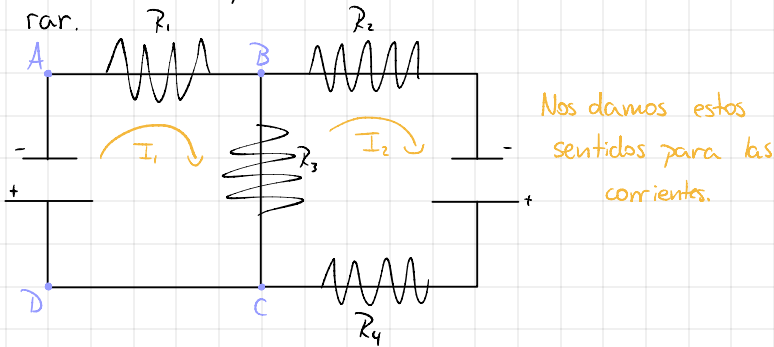
$$Q_{enc} = +Q \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2) r L} \hat{r} \Rightarrow \vec{D}_1 = \frac{\epsilon_1 Q}{\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2) r L} \hat{r} \quad y \quad \vec{D}_2 = \frac{\epsilon_2 Q}{\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2) r L} \hat{r}$$

$$\Delta V = V(a) - V(3a) = \int_a^{3a} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)L} \int_a^{3a} \frac{dr}{r} = \frac{Q \ln 3}{\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)L}$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)L}{\ln 3}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} = \left[\frac{\frac{\ln 2}{\epsilon_1} + \frac{\ln 3/2}{\epsilon_2}}{2\pi L} + \frac{\ln 3}{\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)L} \right]^{-1} = \frac{\pi L}{\frac{\ln 2}{2\epsilon_1} + \frac{\ln(3/2)}{2\epsilon_2} + \frac{\ln 3}{\epsilon_1 + \epsilon_2}}$$

P2 Usamos la ley de Voltajes de Kirchhoff. Tenemos dos mallas que considerar.



Convención de signos : - Para condensadores si la corriente va de - a +, será +
 -> De lo contrario, es -
 -> Para las resistencias, debe coincidir el sentido de la corriente con el de la malla para ser +.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad -\mathcal{E}_1 &= I_1 R_1 + (I_1 - I_2) R_3 & (\Rightarrow) \quad \mathcal{E}_1 &= -(R_1 + R_3) I_1 + R_3 I_2 \\ \textcircled{2} \quad \mathcal{E}_2 &= I_2 R_2 + I_2 R_4 - (I_1 - I_2) R_3 & \mathcal{E}_2 &= -R_3 I_1 + (R_2 + R_3 + R_4) I_2 \end{aligned}$$

$$\frac{-\mathcal{E}_1}{R_3} + \frac{(R_2 + R_3 + R_4)}{R_3} I_2 = I_1$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_1 = \frac{(R_1 + R_3)}{R_3} \mathcal{E}_2 - \left[\frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3 + R_4)}{R_3} - R_3 \right] I_2$$

$$I_2 = \frac{(R_1 + R_2) \mathcal{E}_2 - R_3 \mathcal{E}_1}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3 + R_4) - R_3^2} = -0.8 \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{-\mathcal{E}_1}{R_1 + R_3} + \frac{R_3(R_1 + R_2) \mathcal{E}_2 - R_3^2 \mathcal{E}_1}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3 + R_4) - R_3^2} = 0.6 \text{ A}$$

La intensidad de corriente que circula por R_3 es 1.4A, desde C a B.

$$P_{\text{generadores}} = \mathcal{E}_1 I_1 + \mathcal{E}_2 I_2 = 21.6 \text{ W}$$

$$P_{\text{resistencias}} = \sum R_i I_i^2 = 21.6 \text{ W}$$