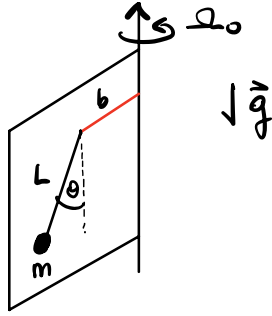
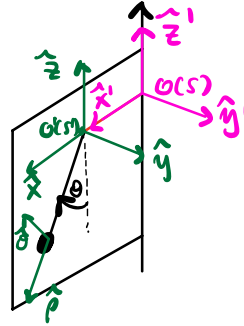


P3



(a) Ec. de movimiento para θ :

Consideremos los dos sistemas de referencia (inercial y no inercial):
 S S'

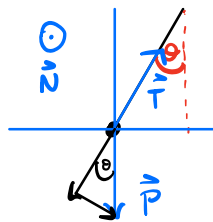


Se tiene que:

+1.0
 $(\vec{R}, \dot{\vec{R}}, \ddot{\vec{R}}, \dot{\vec{\Omega}}, \ddot{\vec{\Omega}})$
 relaciones vecs

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = b\hat{z}' \rightarrow \ddot{\vec{R}} = -b\Omega_0^2\hat{z}' \\ \dot{\vec{\Omega}} = \Omega_0\hat{z}' \rightarrow \ddot{\vec{\Omega}} = 0 \\ \hat{z}' = \hat{z}, \hat{y}' = \hat{y}, \hat{x}' = \hat{x} \end{array} \right. \quad \text{(de rotación en polares considerando } \hat{p} = \hat{z}')$$

En S' , las fuerzas que actúan sobre m son:



$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{T} = -T\hat{p} \\ \vec{P} = mg\cos\theta\hat{p} - mg\sin\theta\hat{\theta} \\ \vec{N} = N\hat{y} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} +1.0 \\ \text{(PCL y Fzas)} \end{array}$$

Consideremos ahora la pos., vel. y aceleración de m en S' :

$$\vec{r} = L\hat{p}; \quad \vec{v} = L\dot{\theta}\hat{\theta}; \quad \vec{a} = -L\dot{\theta}^2\hat{p} + L\ddot{\theta}\hat{\theta} \quad \left\{ \begin{array}{l} +0.5 \\ \text{(pos, vel, aceleración)} \end{array} \right.$$

Ahora, la 2da ley de Newton:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{tot}} - m\ddot{\vec{R}} - m\dot{\vec{\Omega}} \times (\dot{\vec{R}} \times \vec{r}) - 2m\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{v} - m\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r} \quad (*)$$

falta obtener $\dot{\vec{\Omega}} \times (\dot{\vec{R}} \times \vec{r})$ y $\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{v}$. Consideremos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{p} = \hat{x}\sin\theta - \hat{z}\cos\theta; \quad \hat{\theta} = \hat{x}\cos\theta + \hat{z}\sin\theta; \quad \hat{x} = \hat{\theta}\cos\theta + \hat{p}\sin\theta \end{array} \right.$$

De manera que :

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) &= \Omega_0^2 L \hat{z} \times (\hat{z} \times \hat{y}) = \Omega_0^2 L \sin \theta \hat{z} \times \hat{y} = -\Omega_0^2 L \sin \theta \hat{x} \\ &= -\Omega_0^2 L \sin \theta (\cos \theta \hat{\theta} + \sin \theta \hat{\rho}) \end{aligned}$$

$$\vec{\Omega} \times \vec{r} = \Omega_0 L \dot{\theta} \hat{z} \times \hat{\theta} = \Omega_0 L \dot{\theta} \cos \theta \hat{y}$$

Reemplazando todo en * se tiene que:

$$\begin{aligned} m L \ddot{\theta} \hat{\theta} - m L \dot{\theta}^2 \hat{\rho} &= -T \hat{\rho} + N \hat{y} + m g \cos \theta \hat{\rho} - m g \sin \theta \hat{\theta} - m b \Omega_0^2 (\hat{\theta} \cos \theta + \hat{\rho} \sin \theta) \\ &\quad + m \Omega_0^2 L \sin \theta (\cos \theta \hat{\theta} + \sin \theta \hat{\rho}) - 2m \Omega_0 L \dot{\theta} \cos \theta \hat{y} \end{aligned}$$

Por componentes se tiene que:

$$\hat{\theta}: m L \ddot{\theta} = -m g \sin \theta - m b \Omega_0^2 \cos \theta + m L \Omega_0^2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\hat{\rho}: -m L \dot{\theta}^2 = -T + m g \cos \theta - m b \Omega_0^2 \sin \theta + m L \Omega_0^2 \sin^2 \theta$$

$$\hat{y}: 0 = N - 2m \Omega_0 L \dot{\theta} \cos \theta$$

Donde la ecuación para $\hat{\theta}$ es la pedida.

Si N cambia de signo entonces la partícula se desprejará. Despejando N:

$$N = 2m \Omega_0 L \dot{\theta} \cos \theta \quad \text{+0.5 (Normal).}$$

Se desprende que la cond. para que se despreque es:

- 1) Si $\dot{\theta} = 0 \rightarrow \theta = \theta_{\max}$ (el ángulo de máxima rapidez angular).
- 2) Si $\cos \theta = 0 \rightarrow \theta = \pi/2$

Por lo que la partícula se desprejará si:

- 1) $\dot{\theta} = 0$ en $\theta = \theta_{\max}$.
- 2) $\theta_{\max} > \pi/2$, en $\theta = \pi/2$.

En el caso de $\theta = \pi/2$, esto ocurre en $\vec{r} = (b+L)\hat{x}$.

+1.0
(productor
ang, $\neq$ no
inerciales)

+0.5
obtener
ec.

+1.0
(0.4: Respuesta
0.4: ángulo y caso
0.2: posición)