Auxiliar 18

Profesor: Claudio Romero
Auxiliares: Rodrigo Catalán, Daryl Clerc y José Mondaca
Ayudantes: Marcelo Guaquel

Pregunta 1:

Una barra de largo $2L$ y masa M descansa sobre una superficie horizontal lisa. Una pelota de masa m y velocidad v_0 choca perpendicularmente a la barra en uno de sus extremos.

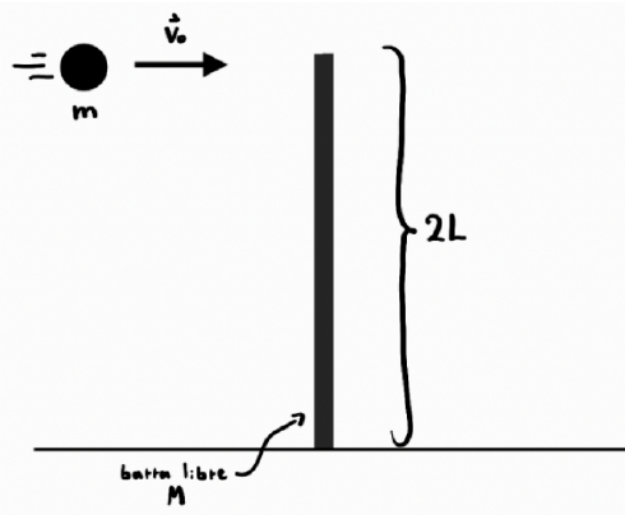

Figura 1: Barra libre

(a) Encuentre la velocidad final v_f de la pelota, suponiendo que la energía mecánica se conserva y que la velocidad v_f apunta en la misma dirección de la velocidad original de la pelota.

Propuesto:

Un disco sólido de goma de radio R y masa M rota con velocidad angular ω_0 alrededor de un pivote sin fricción. Un segundo disco de radio r y masa m (que no está rotando), también montado en un pivote sin fricción, se lleva al contacto con el otro disco. ¿Cuál es la velocidad angular final de la primera rueda?

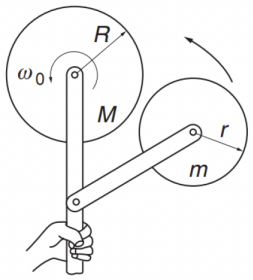

Figura 1: Discos en contacto

Figura 2: Discos en contacto

Resumen:

Un sólido rígido es un objeto idealizado en el que las distancias entre sus partículas permanecen constantes bajo la acción de fuerzas. Este modelo es útil para estudiar el movimiento de cuerpos que no se deforman durante su traslación o rotación. En esta sección, se aborda el movimiento de sólidos rígidos tanto en el ámbito de la cinemática como en la dinámica.

1. Cinemática del Sólido Rígido

El movimiento de un sólido rígido puede describirse como la combinación de una traslación y una rotación.

1.1. Movimiento Traslacional

En el caso de traslación pura, cada punto del sólido tiene la misma velocidad y aceleración. La ecuación del movimiento traslacional de un sólido rígido sigue la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

donde $\vec{F}$ es la fuerza neta aplicada, m es la masa total del cuerpo, y $\vec{a}$ es la aceleración de su centro de masa.

1.2. Movimiento Rotacional

En la rotación de un sólido rígido alrededor de un eje, cada punto del cuerpo sigue una trayectoria circular alrededor de ese eje. Las variables clave para describir el movimiento rotacional son:

- **Velocidad angular** $\vec{\omega}$: mide la rapidez con la que el cuerpo rota, expresada en radianes por segundo.
- **Aceleración angular** $\vec{\alpha}$: mide la tasa de cambio de la velocidad angular, en radianes por segundo cuadrado.
- **Momento de inercia** I: es una medida de cómo la masa del cuerpo está distribuida respecto al eje de rotación. Se calcula como:
$$I = \sum m_i r_i^2$$
donde m_i es la masa de las partículas del cuerpo y r_i su distancia al eje de rotación.

2. Dinámica del Sólido Rígido

En la dinámica de sólidos rígidos, se deben considerar tanto las fuerzas como los torques que actúan sobre el cuerpo.

2.1. Ecuaciones de Movimiento

Las ecuaciones que describen el movimiento de un sólido rígido en rotación son análogas a las de la traslación, pero aplicadas al eje de rotación:

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

donde $\vec{\tau}$ es el torque (o momento) neto aplicado, I es el momento de inercia, y $\vec{\alpha}$ es la aceleración angular.

2.2. Energía en el Movimiento de Sólidos Rígidos

Un sólido rígido posee dos tipos de energía cinética: una debida a la traslación de su centro de masa y otra debida a su rotación alrededor de un eje. La energía cinética total es:

$$K = \frac{1}{2}mv_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

donde v_{cm} es la velocidad del centro de masa y ω es la velocidad angular.

2.3. Momento Angular

El momento angular $\vec{L}$ de un sólido rígido es una cantidad vectorial que describe el estado de rotación del cuerpo. Se define como:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

La conservación del momento angular establece que, en ausencia de un torque externo, el momento angular de un sólido rígido permanece constante.

3. Conclusión

El estudio de los sólidos rígidos en cinemática y dinámica permite comprender cómo los cuerpos se comportan tanto al trasladarse como al rotar. Es crucial entender la relación entre las fuerzas, los torques, el momento de inercia y el momento angular para analizar los movimientos de sólidos rígidos en distintos contextos físicos.

Ejemplos de Choques: https://www.youtube.com/watch?v=OIQ7Z_noU0c