Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Fundamentos de control de sistemas (EL4111-1)
Clase auxiliar 12
Prof. Roberto Cardenas Dobson
Prof. Aux. Osvaldo Jimenez - Erik Sáez
Ayudantes. Simon Arenas- Juan Pablo Baez - Francisco Garces - Sofia Ibarra

1 Resumen

Un sistema de control se puede representar mediante un modelo de espacio de estados, el cual se puede expresar como:

$$\dot{x(t)} = Ax(t) + Bu(t) + \text{Perturbaciones} \tag{1}$$
$$y = Cx(t) + Du(t) + \text{Perturbaciones} \tag{2}$$

Consideramos el caso continuo, como recordatorio tenemos que:

- **x(t):** Representa el vector de estados del sistema el cual se entiende como las variables internas del sistema que describen su comportamiento.
- **u(t):** Representa el vector de entradas del sistema, es decir, las señales de control que se aplican al sistema (*La variable que podemos manipular*).
- **y(t):** Representa el vector de salidas del sistema, es decir, las señales que se obtienen como respuesta del sistema.
- **A, B, C, D:** Representan las matrices de estado del sistema, las cuales se obtienen a partir de las ecuaciones diferenciales que describen el sistema en particular.

Esta representacion esta planteada para un sistema **lineal** en caso de no ser asi, se debe linealizar el sistema utilizando Taylor para poder aplicar este modelo. (*Es importante entender que la linealizacion se realiza en torno a un punto de operacion y que en un sistema pueden existir multiples, sea por ejemplo el caso de un pendulo unido a una barra firme donde tenemos dos posiciones de estabilidad siendo una estable y otra inestable*).

1.1 Control por re-ubicacion de polos

Recordemos que los polos de un sistema en variables fisicas son los valores propios de la matriz A, por lo que si se desea re-ubicar los polos del sistema se debe realizar un diseño de control por realimentacion de estados, el cual se basa en el calculo de la matriz de realimentacion K, la cual se obtiene a partir de la ecuacion caracteristica del sistema. (*Ademas se debe recordar que los si todos los valores propios de la matriz A son negativos, el sistema se dice que es estable*). Retomemos el sistema lineal considerando que D=0

$$\dot{x(t)} = Ax(t) + Bu(t) \tag{3}$$
$$y = Cx(t) \tag{4}$$

Luego si se implementa una entrada tal que $u(t) = R(s) - Kx(s)$ tendremos que reemplazando en la ecuacion de estado se obtiene:

$$\dot{x(t)} = Ax(t) + B(R(s) - Kx(s)) \tag{5}$$
$$\dot{x(t)} = (A - BK)x(t) + BR(s) \tag{6}$$

Por lo tanto tenemos que la nueva matriz de estado sera $A_c = A - BK$, por lo que si se desea re-ubicar los polos del sistema se debe calcular la matriz K tal que los valores propios de la matriz A_c sean los deseados. Previamente se debe verificar que el sistema sea controlable para poder aplicar esta idea, esto se logra con la matriz de controlabilidad ζ la cual se obtiene como:

$$\zeta = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B + \dots & +A^{n-1}B \end{bmatrix} \tag{7}$$

Para determinar si el sistema es controlable se debe verificar que el sistema sea de rango completo, una forma de obtener esto es verificando si el determinante de la matriz de controlabilidad es distinto de 0. (*Otra forma rapida y equivalente si la matriz es de rango completo es ver si filas y columnas son LI, mas forma las adjunto en el apunte de dinamicos link*).Algunos detalles de lo anterior son los siguientes:

- Si el estado es no controlable pero es estable podriamos estar en problemas si la dinamica es muy lenta
- Si el estado no es controlable y su funcion de transferencia es inestable, entonces definitivamente estamos en problemas
- Hasta el momento no hemos considerado el cero error a estado estacionario, esto se logra con estados integrales.
- Una forma de obtener K es a través de la forma canonica controlable

1. El filtro más utilizado para conectar sistemas de generación distribuida es el L-C-L, debido a que esta topología tiene mejor razón potencia/volumen. Sin embargo, debido a un problema de costos, una empresa decide comercializar una inusual solución de bajo costo y menor eficiencia consistente en el sistema L-C-R que se muestra en la figura. En el esquema mostrado V_c es la tensión manipulada y V_{red} es la tensión de la red (que no puede ser manipulada). Los valores de los parámetros son $L = 1\,\text{mH}$, $C = 30\,\mu\text{F}$, $R = 1\,\Omega$. La bobina L tiene una resistencia intrínseca de $0.3\,\Omega$. La salida del sistema es la corriente i_2.

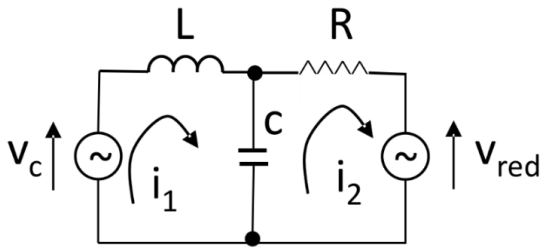
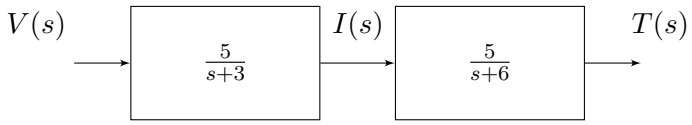


Figura 1: Sistema de generación conectado mediante filtro LCL a la red.

   (a) Escriba las ecuaciones de estado del sistema de la Figura 1 identificando todas las matrices. Encuentre los valores propios actuales del sistema.

   (b) Escriba las ecuaciones de estado correspondientes al sistema que se muestra en la Fig.1 (identificando todas las matrices y las referencias), considerando control integral en la corriente i_1. Si el sistema es controlable, diseña utilizando la forma canónica de control la realimentación de estado necesaria para obtener los siguientes valores propios: $-100, -100 \pm j100$. El sistema de control debe implementarse utilizando variables de estado físicas.

2. Se tienen las siguientes funciones de transferencia:



   Donde $i(s)$ representa la corriente y $T(s)$ el torque medio. Se desea analizar el sistema utilizando técnicas de control en variables de estado. Para ello se pide:

   (a) Encuentre la representación física del sistema (con $i(t)$ y $T(t)$). Asuma que control integral es requerido en $T(t)$. Identifique las matrices A, B, C, D en el sistema considerando el control integral añadido.

(b) **(Propuesto)** Verifique si el sistema es controlable y diseñe por realimentación de estados un controlador que entregue polos en $s = -10$ y $s = -5 \pm j5$. Utilice la forma canónica de control en su diseño.