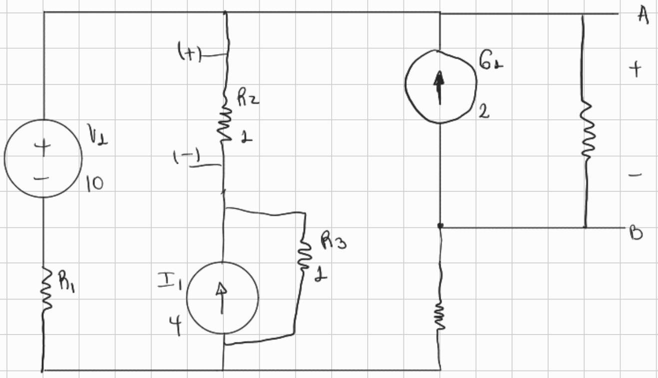
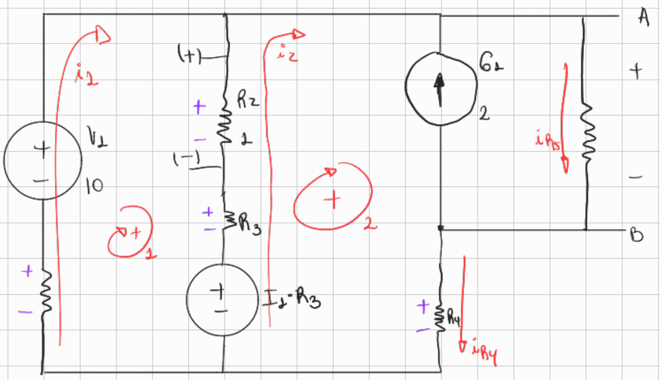


- Usando equivalente



- Hacemos un LVK con las corrientes definidas en el circuito

$(+)_1$ $V_{R_1} - V_1 + V_{R_2} + V_{R_3} + I_1 \cdot R_3 = 0$

$R_1 \cdot i_1 - V_1 + (-i_2)\cdot R_2 + (-i_2)\cdot R_3 + R_3 \cdot I_1 = 0$

- Otro LVK en $(+)_2$

$(+)_2$ $-R_3 \cdot I_1 - V_{R_3} - V_{R_2} + V_{R_5} + V_{R_4} = 0$

- Luego por LCK se obtiene lo siguiente:

(1) $i_{R_4} = i_1 + i_2$

(2) $G_1 \cdot V_{R_2} + i_{R_4} = i_{R_5}$

- Reemplazando

$G_1 \cdot (-R_2 \cdot i_2) + i_1 + i_2 = i_{R_5} \rightarrow i_{R_5} = i_1 + i_2(1 - G_1 \cdot R_2)$

- Con esta información y reemplazando en el LVK_2 obtenemos la siguiente ecuación:

$-R_3 \cdot I_1 + R_3 \cdot i_2 + R_2 \cdot i_2 + R_5 \cdot i_1 + R_5 \cdot i_2 (1 - G_1 \cdot R_2) + R_4 \cdot i_1 + R_4 \cdot i_2 = 0$

- Reescribiendo los LVK

1.- $i_1(R_1) - i_2(R_2 + R_3) = V_1 - R_3 \cdot I_1$

2.- $i_1(R_4 + R_5) + i_2(R_3 + R_2 + R_5(1 - G_1 \cdot R_2) + R_4) = R_3 \cdot I_1$

- Para obtener "i_1" e "i_2" ocuparemos lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} R_1 & -(R_2+R_3) \\ R_4+R_5 & R_2+R_3+R_4+R_5(1-G_1\cdot R_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 - R_3\cdot I_1 \\ R_3\cdot I_1 \end{bmatrix}$$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} V_1-R_3\cdot I_1 & -(R_2+R_3) \\ R_3\cdot I_1 & R_2+R_3+R_4+R_5(1-G_1\cdot R_2) \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$i_1 = \frac{(V_1-R_3\cdot I_1)(R_2+R_3+R_4) + (V_1-R_3\cdot I_1)(1-G_1\cdot R_2)\cdot R_5 + R_3\cdot I_1(R_2+R_3)}{\Delta}$$

$$i_1 = \frac{A_1 + B_1\cdot R_5}{\Delta}, \quad A_1 = (V_1-R_3\cdot I_1)(R_2+R_3+R_4) + R_3(R_2+R_3)\cdot I_1$$

$$B_1 = (V_1 - R_3\cdot I_1)(1-G_1\cdot R_2)$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_1 & V_1-R_3\cdot I_1 \\ R_4+R_5 & R_3\cdot I_1 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$i_2 = \frac{R_1\cdot R_3\cdot I_1 - R_4(V_1-R_3\cdot I_1) - (V_1-R_3\cdot I_1)\cdot R_5}{\Delta}$$

$$i_2 = \frac{A_2 + B_2\cdot R_5}{\Delta}, \quad A_2 = R_1\cdot R_3\cdot I_1 - R_4(V_1-R_3\cdot I_1)$$

$$B_2 = -(V_1-R_3\cdot I_1)$$

- Sabemos que V_{AB}, tiene la siguiente forma

$$V_{AB} = i_{R5}\cdot R_5 = \underbrace{\frac{\left[(A_1+B_1\cdot R_5) + (1-G_1\cdot R_2)(A_2+B_2\cdot R_5)\right]}{\Delta}}_{I_{R5}}\cdot R_5$$

- Solo queda calcular Δ

$$\Delta = R_1\cdot(R_2+R_3+R_4) + R_1(1-G_1\cdot R_2)\cdot R_5 + (R_2+R_3)\cdot R_4 + (R_2+R_3)\cdot R_5$$

$$\Delta = C + D\cdot R_5, \quad C = R_1(R_2+R_3+R_4) + (R_2+R_3)\cdot R_4$$

$$D = R_1(1-G_1\cdot R_2) + (R_2+R_3)$$

• la Expresión final para $V_{AB} = V_{R5}$

$$V_{AB} = \frac{\left[(A_1+B_1\cdot R_5) + (1-G_1\cdot R_2)(A_2+B_2\cdot R_5)\right]}{C + D\cdot R_5}\cdot R_5$$

B) $$I_{cc} = \lim_{R_5\to 0} i_{R5} \quad \frac{\left[(A_1+B_1\cdot \cancel{R_5}) + (1-G_1\cdot R_2)(A_2+B_2\cdot \cancel{R_5})\right]}{C + D\cdot \cancel{R_5}}$$

$$I_{cc} = \frac{A_1 + (1-G_1\cdot R_2)\cdot A_2}{C}$$

• Calculemos R_{TH}, con la siguiente expresión:

$$R_{TH} = \frac{V_{AB}}{I_{cc}}$$

$$R_{TH} = \frac{\left[(A_1+B_1\cdot R_5) + (1-G_1\cdot R_2)(A_2+B_2\cdot R_5)\right]}{C + D\cdot R_5}\cdot R_5 \cdot \frac{C}{A_1+(1-G_1\cdot R_2)\cdot A_2}$$

C) Evaluando las expresiones con $R_1 = 2$, $R_2 = 1$, $R_3 = 1$, $R_4 = 1$, $R_5 = 1$, $I_1 = 4$, $V_1 = 10$, $G_1 = 2$

$$A_1 = (V_1 - R_3\cdot I_1)(R_2+R_3+R_4) + R_3(R_2+R_3)\cdot I_1 = (10-1\cdot 4)(3) + 1(2)\cdot 4 = 26$$

$$B_1 = (V_1 - R_3\cdot I_1)(1 - G_1\cdot R_2) = (10-4)(1-2\cdot 1) = -6$$

$$A_2 = R_1\cdot R_3\cdot I_1 - R_4(V_1 - R_3\cdot I_1) = 2\cdot 1\cdot 4 - 1(10-1\cdot 4) = 2$$

$$B_2 = -(V_1 - R_3\cdot I_1) = -(10-1\cdot 4) = -6$$

$$C = R_1(R_2+R_3+R_4) + (R_2+R_3)\cdot R_4 = 2\cdot 3 + (2)\cdot 1 = 8$$

$$D = R_1(1 - G_1\cdot R_2) + (R_2+R_3) = 2(1-2\cdot 1) + 2 = 0$$

$$V_{AB} = \frac{\left[(A_1+B_1\cdot R_5) + (1-G_1\cdot R_2)(A_2+B_2\cdot R_5)\right]}{C + D\cdot R_5}\cdot R_5$$

$$= \left[\frac{(26-6) + (1-2\cdot 1)(2-6)}{8}\right]$$

$$= \frac{20 + (-1)(-4)}{8}$$

$$= \frac{24}{8} = \boxed{3 = V_{AB}}$$

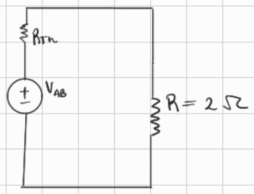
$$R_{TH} = \underbrace{\frac{\left[(A_1 + B_1 \cdot R_5) + (1 - G_1 \cdot R_2)(A_2 + B_2 \cdot R_5) \right] \cdot R_5}{C + D \cdot R_5}} \cdot \frac{C}{A_1 + (1 - G_1 \cdot R_2) \cdot A_2}$$

$$= 3 \cdot \frac{8}{26 + (1 - 2 \cdot 1) \cdot 2}$$

$$= \frac{24}{26 - 2}$$

$$R_{TH} = 1$$

D) notar que agregar una resistencia en los terminales es análogo a esto



- luego el voltaje que pasa por $R = 2$

$$V_{R_2} = V_{AB} \cdot \frac{2}{3}$$

$$V_{R_2} = \cancel{3} \cdot \frac{2}{\cancel{3}} = 2$$