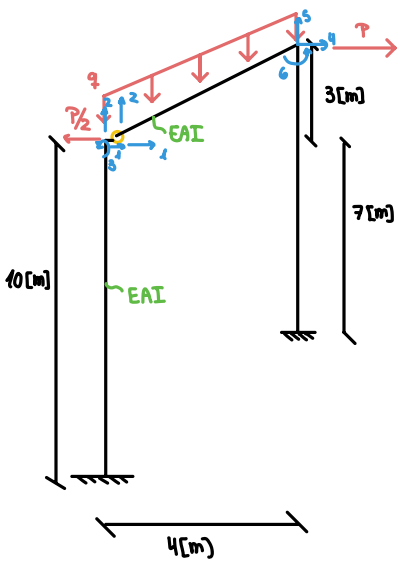




$$[\tilde{K}_{\alpha\alpha}] = \begin{bmatrix} AE/L & 0 & -AE/L & 0 & 0 \\ 0 & 3EI/L^3 & 0 & -3EI/L^3 & 3EI/L^2 \\ -AE/L & 0 & AE/L & 0 & 0 \\ 0 & -3EI/L^3 & 0 & 3EI/L^3 & -3EI/L^2 \\ 0 & 3EI/L^2 & 0 & -3EI/L^2 & 3EI/L \end{bmatrix} \{ \tilde{f}_{E\alpha} \} = q \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 3L/8 \\ 0 \\ 5L/8 \\ -L^2/8 \end{bmatrix}$$

De los apuntes del profesor, tenemos $[\tilde{K}_{\alpha\alpha}]$ y $\{ \tilde{f}_{E\alpha} \}$

⚠ Solo para una viga rotulada por la izquierda!

Obtenemos la rigidez del elemento viga:

$$[T] = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} C = 4/5 \\ S = 3/5 \end{matrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{AE}{5} cs - \frac{3EI}{125} cs & \frac{AE}{25} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{AE}{5} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 & \frac{3EI}{25} s \\ \frac{AE}{5} cs - \frac{3EI}{125} cs & \frac{AE}{25} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 & \frac{3EI}{125} cs - \frac{AE}{5} cs & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{AE}{5} cs - \frac{3EI}{125} cs & \frac{3EI}{25} s \\ \frac{AE}{25} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 & \frac{3EI}{125} cs - \frac{AE}{5} cs & \frac{AE}{5} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{AE}{5} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 & \frac{3EI}{25} s \\ \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} cs - \frac{AE}{5} cs & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{25} s \\ \frac{AE}{5} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 & \frac{AE}{5} cs - \frac{3EI}{125} cs & \frac{AE}{5} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{25} s \\ \frac{3EI}{25} s & \frac{3EI}{25} c & \frac{3EI}{25} s & \frac{3EI}{25} c & \frac{3EI}{25} s & \frac{3EI}{25} c \end{bmatrix}$$

$$[T]^T \cdot [\tilde{K}_{\alpha\alpha}] \cdot [T] = [K]$$

→ Donde esta será la matriz de rigidez para una viga que está rotulada por la izquierda en coordenadas globales. Notar que $L = 5(m)$ ya fue reemplazado.

$$[K]_{\text{elemento } 1/2} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

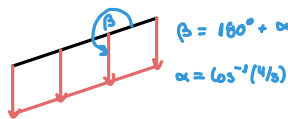
$$\{ f_E \}^{\text{local}} = \begin{bmatrix} \frac{q_x L}{2} \\ -\frac{3q_y L}{8} \\ 0 \\ -\frac{q_x L}{2} \\ -\frac{5q_y L}{8} \\ \frac{q_y L^2}{8} \end{bmatrix}$$

¡OJO! Al estar la fuerza inclinada con respecto al elemento, la debemos

Proyectar antes!

$$q_y = q \cdot \cos(\theta) = q \cdot (-0,8)$$

$$q_x = q \cdot \sin(\theta) = q \cdot (-0,6)$$



$$\{ f_E \} = [T]^T \cdot \{ f_E \}^{\text{local}}$$

$$\{ f \}^{\text{Total}} = \{ f_E \} + \{ f \}$$

→ Este de aquí será el vector de fuerzas para el sistema que tenemos, con las fuerzas puntuales y distribuidas ya integradas.

$$[K]_{\text{Global}} = \begin{bmatrix} \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 + \frac{12EI}{1000} & \frac{AE}{5} cs - \frac{3EI}{125} cs & \frac{AE}{25} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 + \frac{EA}{10} & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{AE}{5} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 & \frac{3EI}{25} s \\ \frac{AE}{5} cs - \frac{3EI}{125} cs & \frac{AE}{25} s^2 + \frac{3EI}{125} c^2 + \frac{EA}{10} & \frac{3EI}{125} cs - \frac{AE}{5} cs & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{AE}{5} cs - \frac{3EI}{125} cs & \frac{3EI}{25} c \\ \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} cs - \frac{AE}{5} cs & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{25} s \\ \frac{3EI}{125} cs - \frac{AE}{5} cs & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} cs - \frac{AE}{5} cs & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{25} c \\ \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} cs - \frac{AE}{5} cs & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{125} s^2 + \frac{AE}{5} c^2 & \frac{3EI}{25} s \\ \frac{3EI}{25} s & \frac{3EI}{25} c & \frac{3EI}{25} s & \frac{3EI}{25} c & \frac{3EI}{25} s & \frac{3EI}{25} c \end{bmatrix}$$

Así, reemplazando para c, s, E, I, A, q, P, L , nos queda:

$$A = 2470 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$I = 4,70 \cdot 10^6 \text{ [mm}^4\text{]}$$

$$E = 200000 \text{ [MPa]}$$

$$q = 50 \text{ [kN-m]}$$

$$P = 60 \text{ [kN]}$$

$$L = 10 \text{ [m]} \text{ (o 5 [m], dependiendo de la sección).}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 63254,4 & & & & & \\ 47413,2 & 84982,4 & & & & \\ 56,4 & 0 & 376 & & & \\ -63254,4 & -47413,2 & 0 & 63254,4 & & \\ -47413,2 & -84982,4 & 0 & 47413,2 & 84982,4 & \\ -67,68 & 90,24 & 0 & 124,08 & -90,24 & 940 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, nuestra ecuación $[U] = [K]^{-1} \cdot \{F\}$ nos arroja como resultados:

$$[U] = \begin{bmatrix} 2,0921 \\ -0,001594 \\ -0,3138 \\ 2,0947 \\ -0,0057 \\ 0,0069 \end{bmatrix}$$

→ Es necesario recordar, que al estar el elemento **Viga** rotulado por la izquierda, los giros de la viga y la columna izquierda **NO SERÁN** necesariamente iguales. Para conocer el giro del elemento viga, podemos ir a la matriz de rigidez original:

$$[K]_n = \begin{bmatrix} c^2 \frac{(EA)_n}{L_n} & s^2 \frac{12(EI)_n}{L_n^3} & cs \frac{(EA)_n}{L_n} & -cs \frac{12(EI)_n}{L_n^3} & -s \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & c \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & \frac{4(EI)_n}{L_n} \\ +s^2 \frac{12(EI)_n}{L_n^3} & c^2 \frac{(EA)_n}{L_n} & cs \frac{(EA)_n}{L_n} & -cs \frac{12(EI)_n}{L_n^3} & -c \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & s \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & \frac{2(EI)_n}{L_n} \\ cs \frac{(EA)_n}{L_n} & s^2 \frac{(EA)_n}{L_n} & c^2 \frac{(EA)_n}{L_n} & -cs \frac{12(EI)_n}{L_n^3} & -s \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & c \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & \frac{4(EI)_n}{L_n} \\ -cs \frac{12(EI)_n}{L_n^3} & +c^2 \frac{12(EI)_n}{L_n^3} & -cs \frac{12(EI)_n}{L_n^3} & +s^2 \frac{12(EI)_n}{L_n^3} & -c \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & s \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & \frac{2(EI)_n}{L_n} \\ -s \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & -c \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & -s \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & -c \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & c^2 \frac{(EA)_n}{L_n} & s^2 \frac{(EA)_n}{L_n} & \frac{4(EI)_n}{L_n} \\ c \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & s \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & c \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & s \frac{6(EI)_n}{L_n^2} & s^2 \frac{(EA)_n}{L_n} & c^2 \frac{(EA)_n}{L_n} & \frac{2(EI)_n}{L_n} \\ \frac{4(EI)_n}{L_n} & \frac{2(EI)_n}{L_n} & \frac{4(EI)_n}{L_n} & \frac{2(EI)_n}{L_n} & \frac{4(EI)_n}{L_n} & \frac{2(EI)_n}{L_n} & \frac{4(EI)_n}{L_n} \end{bmatrix}$$

→ Dado que conocemos bien que

$$[K]\{u\} = \{F\}$$

Podemos ver que, para obtener la fuerza en la rótula, nos queda que:

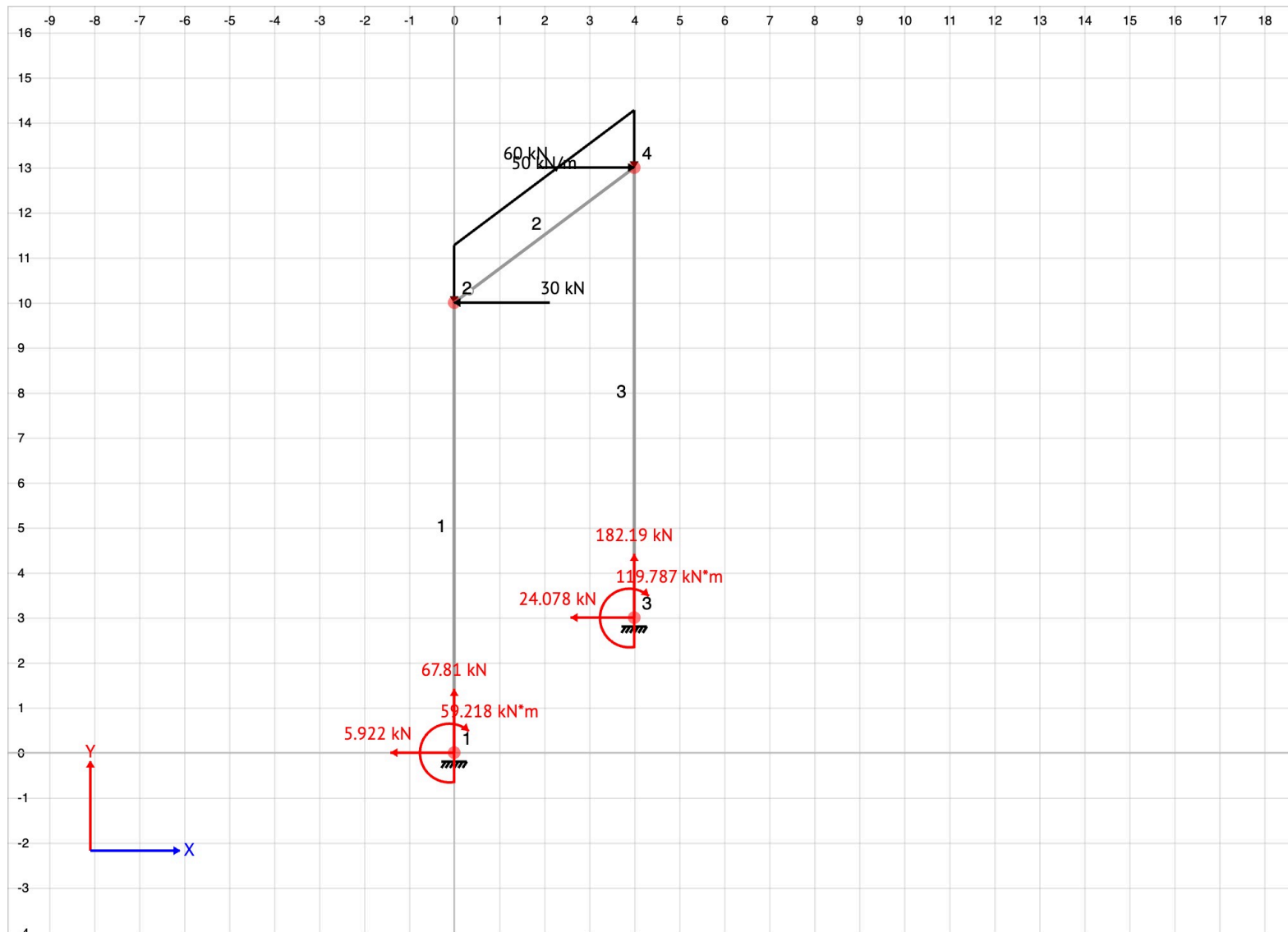
$$K_{31} \cdot d_1 + K_{32} \cdot d_2 + K_{33} \cdot d_3 + K_{34} \cdot d_4 + K_{35} \cdot d_5 + K_{36} \cdot d_6 = f_6$$

→ Como sabemos que $f_6 = 0$, podemos despejar la ecuación para d_3 (el giro que queremos conocer):

$$d_3 = \frac{-1}{K_{33}} \cdot (K_{31} \cdot d_1 + K_{32} \cdot d_2 + K_{34} \cdot d_4 + K_{35} \cdot d_5 + K_{36} \cdot d_6)$$

→ Como ya tenemos todos los otros desplazamientos, reemplazamos y obtenemos que:

$$d_3 = 0,004959 //$$



Reacciones en la Base

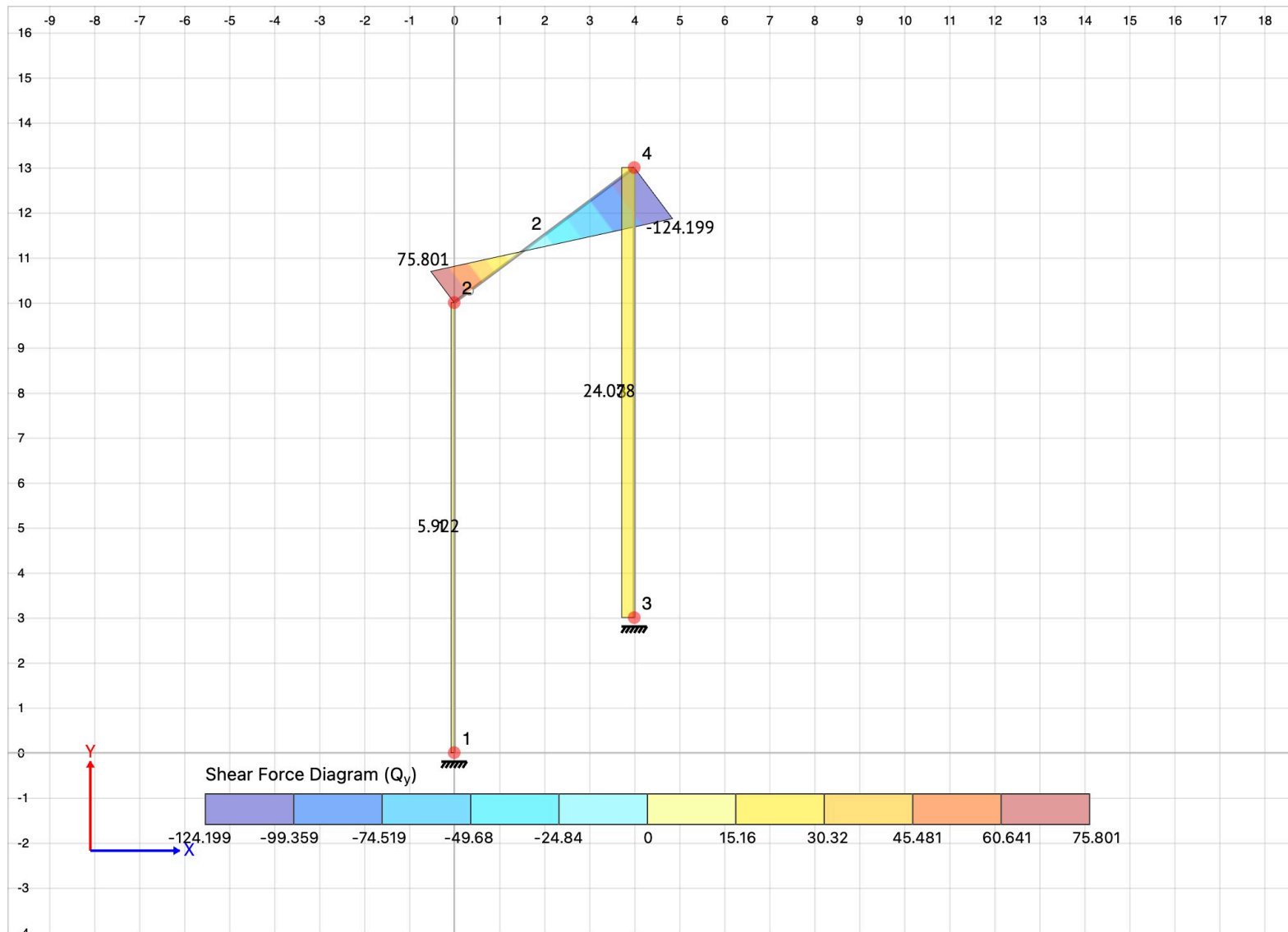


Diagrama de Fuerzas de Corte

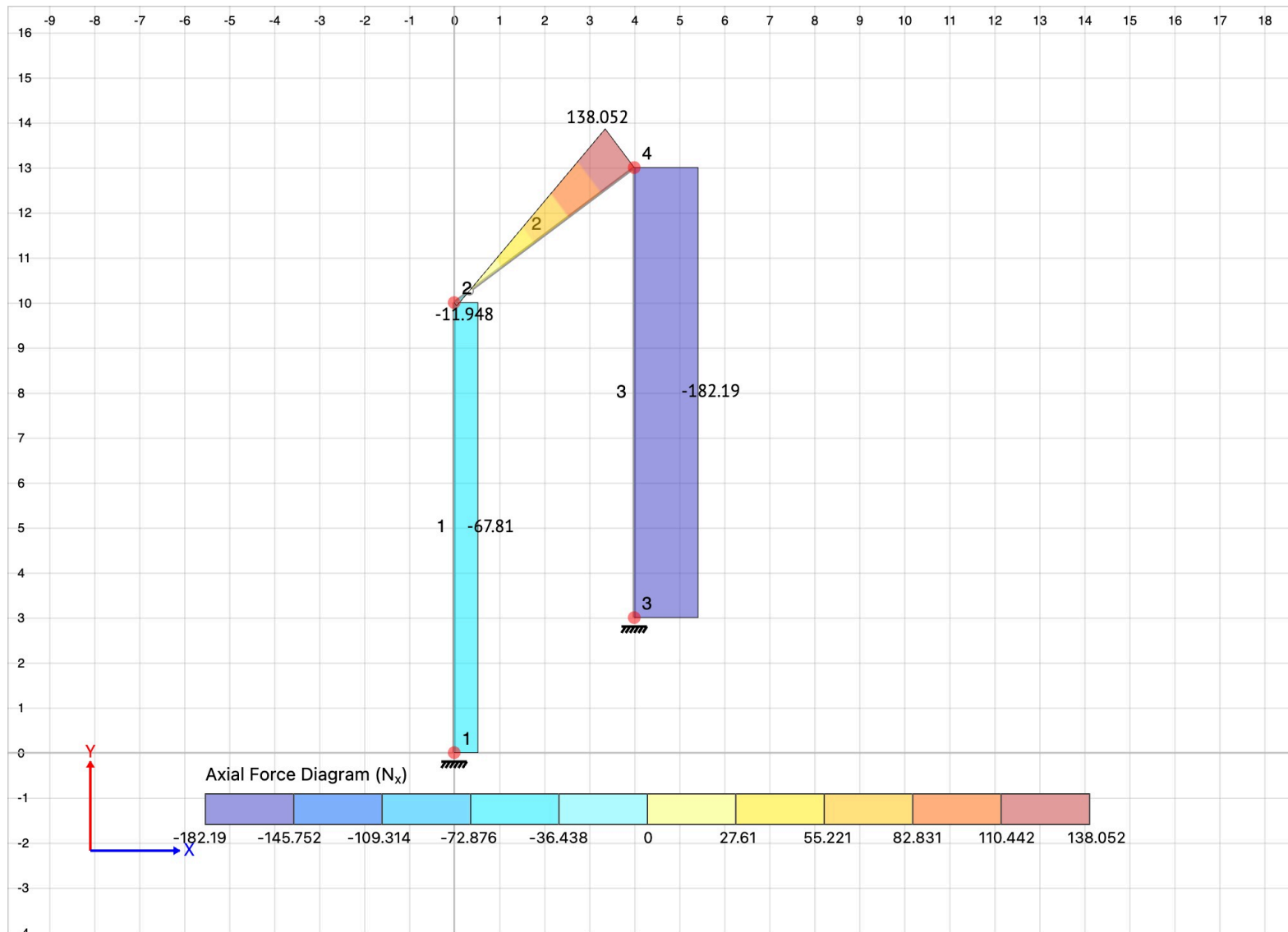


Diagrama de Fuerza Axial

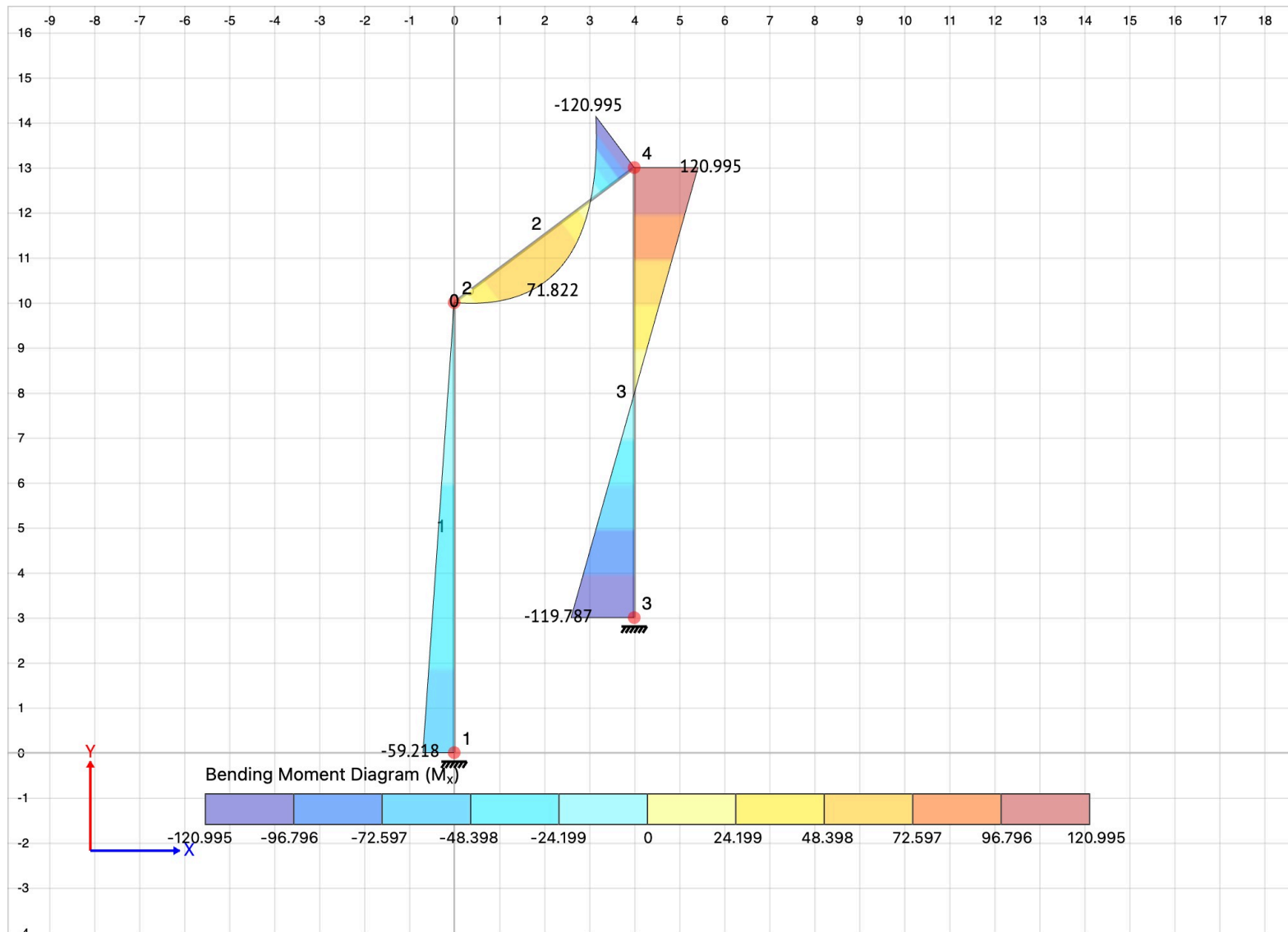
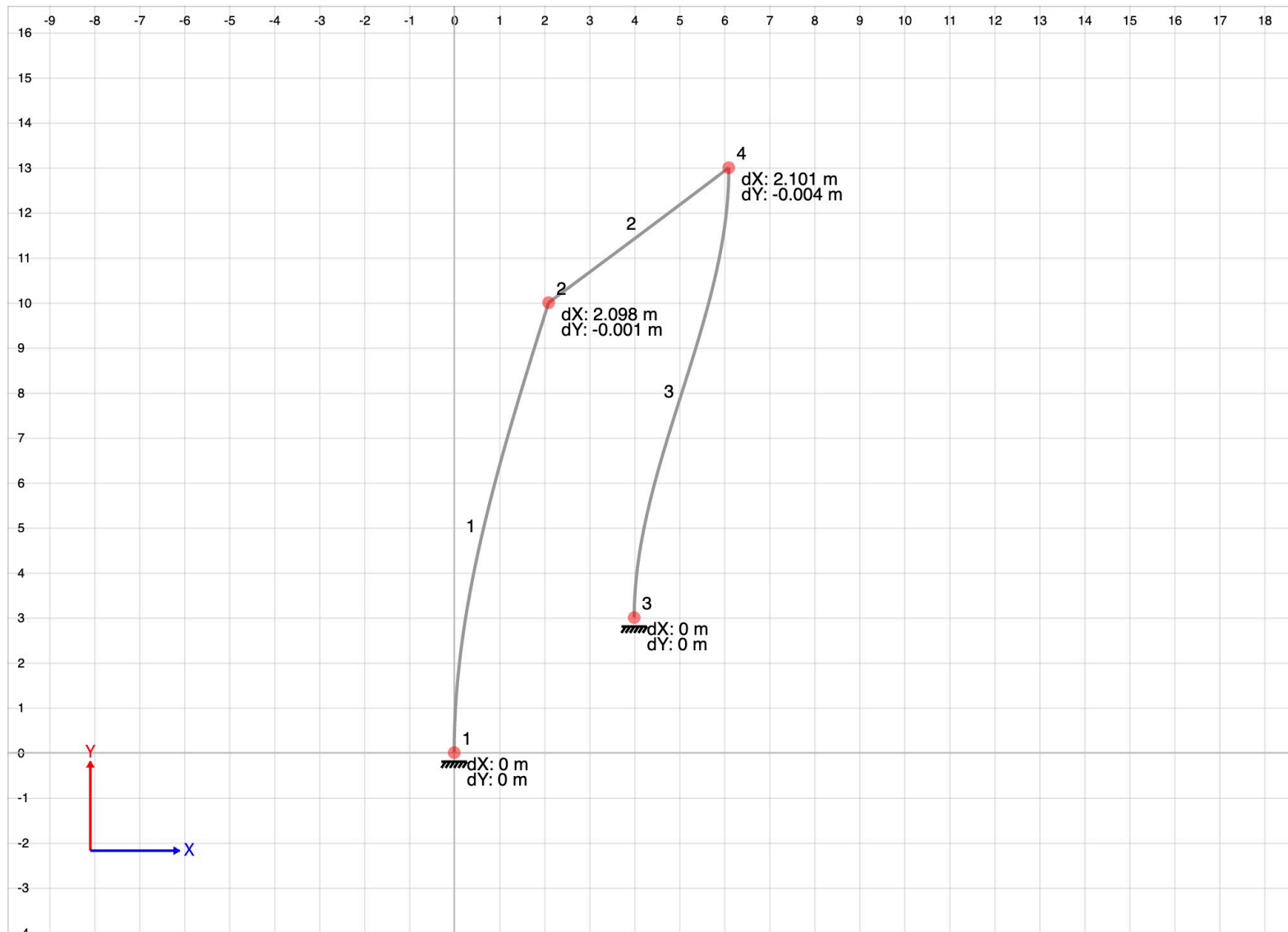


Diagrama de Momento



Desplazamientos Nodales