INTERVALO DE CONFIANZA.

Un intervalo de confianza $C(X)$ del parámetro θ se define como un rango de valores que con cierta probabilidad contiene al parámetro θ.

↳ la incertidumbre viene de estar trabajando sobre muestras aleatorias. $C(X)$ es aleatorio, θ NO es aleatorio.

No se dice "la prob. de que μ esté en el intervalo...".

$$C(X) = \bar{X} \pm \underset{\substack{\downarrow \\ \text{se calcula usando} \\ \text{quiero prob. } \alpha \text{ de} \\ \text{q' el } C(x) \text{ contenga a } \theta}}{Z_\alpha} \cdot SE(\bar{X})$$

para el promedio.

$$SE(\bar{X}) = \sqrt{Var(\bar{X})} \qquad Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{N} \Rightarrow SE(\bar{X}) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{N}}$$

Si no conocemos σ^2, ocupamos un estimador de $\sigma^2 \Rightarrow s^2 \; (\hat{\sigma}^2)$

$$SE(\bar{X}) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{N}} \qquad s^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2$$

Vamos a calcular intervalos de confianza para el promedio:

$$\mathbb{P}(\mu \in C(\bar{X})) = \mathbb{P}\left(\bar{X} - Z_\alpha SE(\bar{X}) \le \mu \le \bar{X} + Z_\alpha SE(\bar{X})\right) = 95\%,\ 99\%.$$

$$= \mathbb{P}\left(-Z_\alpha \le \boxed{\frac{\bar{X} - \mu}{SE(\bar{X})}} \le Z_\alpha\right)$$

estadístico t.

Ejemplos:

Caso 1: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ y que conocemos σ^2.

¿Cómo distribuye $\bar{X}$? $\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i \qquad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{N}\right)$

v.a. – media

$$\frac{\bar{X} - \mu}{SE(\bar{X})} \sim N(0,1). \qquad SE(\bar{X}) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{N}}$$

desv.

$SE(\bar X)$ est.

Caso 2: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ y <u>NO</u> conocemos σ^2

$$\frac{\bar X-\mu}{\sqrt{\frac{S^2}{N}}} \sim ??$$

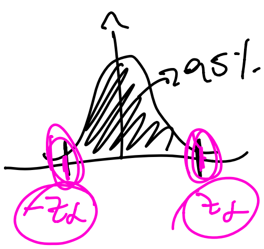
$\sim$ t-student.

$$\frac{\bar X-\mu}{\sqrt{S^2/N}} = \underbrace{\frac{\bar X-\mu}{\sqrt{\sigma^2/N}}}_{\text{caso 1}} \cdot \left[\frac{(N-1)S^2}{\sigma^2} \Big/ (N-1)\right]^{-1/2}$$

$$\sim N(0,1) \Big/ \sqrt{\chi^2_{N-1}/N-1} \sim \text{t-student.}$$

Denom: $\left[\cancel{(N-1)}\cdot\frac{1}{\cancel{(N-1)}}\cdot\sum_{i=1}^{N}(X_i-\bar X)^2\cdot\frac{1}{\sigma^2}\cdot\right] \Big/ (N-1)$

$$\sum_{i=1}^{N}\underbrace{\left(\frac{X_i-\bar X}{\sigma}\right)^2}_{\left(\text{est. v.a. } N\right)^2} \Big/ (N-1) \qquad \sqrt{\chi^2_{N-1} / (N-1)}$$



$$\left(\bar X - z_\alpha\, SE(\bar X),\ \bar X + z_\alpha\, SE(\bar X)\right)$$