Estimadores : X : variable aleatoria

$\bar{X}$, $\hat{X}$, $\tilde{X}$, $T(X)$: Estimador de X

promedio como estimador.

μ : media poblacional

$\hat{\mu}$, $\bar{\mu}$, $\tilde{x}$ .... $T(\mu)$: estimadores de μ.

¿Cómo saber si nuestro estimador es bueno?

Propiedad de un Estimador: Insesgadez.

Sea $T(X)$ estimador del parámetro θ, $T(X)$ es un estimador insesgado si $\mathbb{E}(T(X)) = \theta$.

Ej: ¿Es el promedio insesgado? Sea X v.a. con media μ. $\{X_i\}_{i=1}^{N}$ muestra aleatoria

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$$

$$\mathbb{E}(\bar{X}) = \mathbb{E}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i\right)$$

$$= \frac{1}{N}\mathbb{E}\left(\sum_{i=1}^{N} X_i\right) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathbb{E}(X_i) = \frac{1}{\cancel{N}}\cdot\cancel{N}\,\mathbb{E}(X_1) = \mathbb{E}(X) = \mu$$

$Var(T(x))$ medida de dispersión. Queremos que la varianza sea pequeña.

Ej: $var(\bar{X}) = Var\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i\right) = \frac{1}{N^2}Var\left(\sum_{i=1}^{N} X_i\right) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N} Var(X_i)$

$$= \frac{1}{N^{\cancel{2}}}\cancel{N}\,Var(X) = \frac{Var(X)}{N} = \frac{\sigma^2}{N}.$$

A mayor N la varianza disminuye.

Necesitamos un estimador para σ^2.

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{\boxed{n-1}}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2$$

$\Rightarrow$ es estimador insesgado de σ^2