P1 Se tiene la siguiente ecuación:

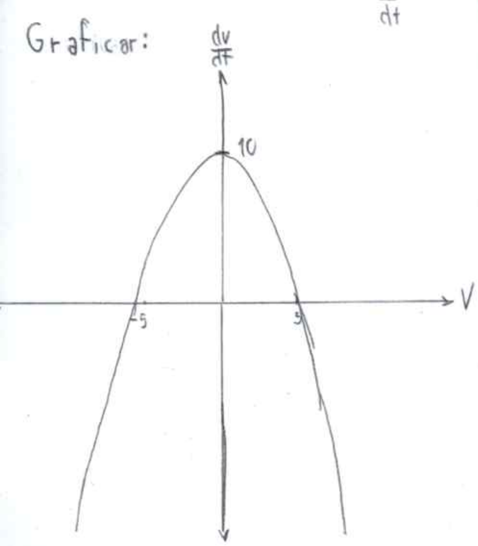
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mg - \gamma\left(\frac{dx}{dt}\right) \qquad m = 90\ Kg \quad g = 10\ m/s^2 \quad \gamma = 36\ Kg/s$$

Realizamos c.v y reemplazar valores

$v = \frac{dx}{dt} \wedge \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} \Rightarrow 90\frac{dv}{dt} = 900 - 36v^2$

simplificar $\frac{dv}{dt} = 10 - \frac{2}{5}v^2$ Entonces tenemos la derivada en función de V

Graficar:

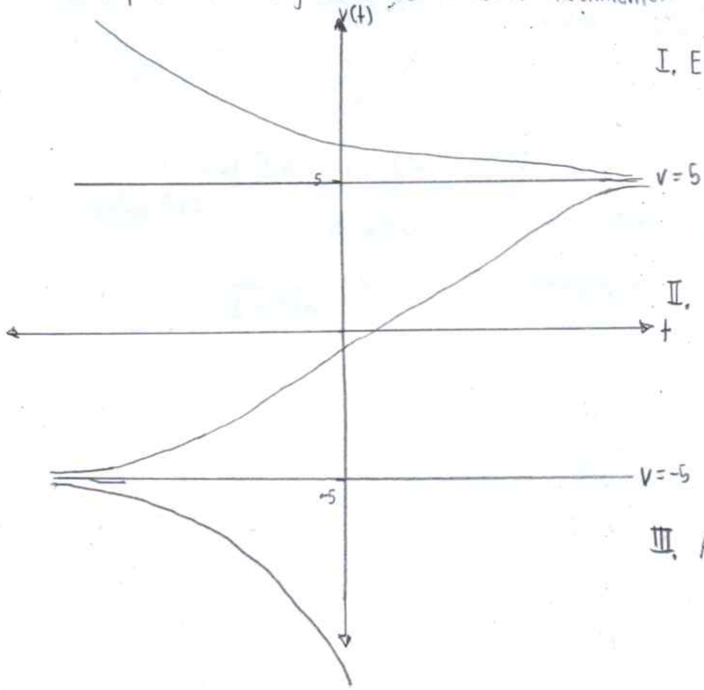


Notar que era una función cuadratica, asi que obtener los 0 e intersección al eje y.

Analizando la grafica anterior se tiene que:

$\frac{dv}{dt} < 0 \Leftrightarrow v \in (-\infty, -5) \cup (5, \infty) \wedge \frac{dv}{dt} > 0 \Leftrightarrow v \in (-5, 5) \wedge \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow (v = -5 \vee v = 5)$

Entonces procedemos a graficar las curvas de crecimiento.



I. En esta región v decrece hasta llegar a 5

II. En esta región v crece hasta llegar a

III. Aqui v decrece sin lim.

Por lo tanto:
- Si $v_0 > 5$ v es decreciente
- $v_0 \in (-5, 5)$ v es creciente
- $v_0 < -5$ v es decreciente
- $v_0 = \pm 5$ v es estacionaria

2. Resolver la EDO: $\frac{dv}{dt} = 10 - \frac{2}{5}v^2$

Usar variables separables:

$$\frac{dv}{10-\frac{2}{5}v^2} = dt \Rightarrow \frac{1}{\frac{2}{5}} \cdot \frac{dv}{25-v^2} = dt \Rightarrow \frac{dv}{25-v} = \frac{2}{5}dt \Rightarrow \frac{dv}{(5-v)(5+v)} = \frac{2}{5}dt \quad (*)$$

Integrar (*)

$$\int \frac{dv}{(v+5)(5-v)} = \frac{2}{5}\int dt$$

Usar Fracciones Parciales.

Escribir: $\frac{1}{(5+v)(5-v)} = \frac{A}{5+v} + \frac{B}{5-v} = \frac{5A-Av+5B+Bv}{(5+v)(5-v)} = \frac{\overbrace{5(A+B)}^{1}+\overbrace{(B-A)}^{0}v}{(5+v)(5-v)} \Rightarrow \begin{matrix} B-A=0 \\ 5A+B=1 \end{matrix} \overset{\text{desp.}}{\Rightarrow} A=B=\frac{1}{10}$

$$\frac{1}{10}\left(\int\frac{dv}{v+5} - \int\frac{dv}{v-5}\right) = \frac{2}{5}\int dt \Rightarrow \left(\int\frac{dv}{v+5} - \int\frac{dv}{v-5}\right) = 4\int dt \Rightarrow \ln|v+5| - \ln|v-5| = 4t + c$$

$\Rightarrow \ln\left|\frac{v+5}{v-5}\right| = 4t + c$ aplicar $e(\ )$

$$\Rightarrow \left|\frac{v+5}{v-5}\right| = e^{4t+c}$$

$\Rightarrow \frac{v+5}{v-5} = \pm e^{4t+c} = ke^{4t}$ con $k = \pm e^c$

$$\Rightarrow v+5 = ke^{4t}(v-5)$$

Agrupar v $\Rightarrow (1-ke^{4t})v = -(5+5ke^{4t})$

Despejando $\Rightarrow v = \frac{5+5ke^{4t}}{ke^{4t}-1}$ (Y se obtiene la sol. general)