MA2601-2 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Profesora: Salomé Martínez
Auxiliares: Benjamín Valdés Vera & Matías Neto

Auxiliar 4

Ecuaciones lineales de orden superior
8 de Abril de 2024

P1. (Fórmula de Abel) Supongamos una ecuación lineal de segundo orden del tipo

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \tag{1}$$

Y sean y_1, y_2 soluciones de (1). Consideremos la cantidad $W(x)$ definida por

$$W(x) = y_1(x)y_2'(x) - y_1'(x)y_2(x) = \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{vmatrix}$$

(Cantidad que pronto en cátedra llamaremos *Wronskiano asociado a las soluciones* y_1, y_2). Encuentre una ecuación diferencial para $W(x)$ y concluya que el hecho de que y_1, y_2 sean linealmente independientes es una propiedad que no depende del punto inicial.

P2. (Reducción de Orden) Consideremos una ecuación diferencial en la forma de (1). Suponga que se conoce una solución $y_1(x)$ no nula a esta ecuación.

a) Definiendo $y_2(x) = u(x)y_1(x)$, con $u(x)$ una función a conocer, encuentre una ecuación para u y con ello la solución general de (1).

b) **(Propuesto)** Aplique esto a la ecuación

$$x^2y''(x) - 3xy'(x) + 4y(x) = 0 \tag{2}$$

Sabiendo que $y_1(x) = x^2$ es una solución, encuentre otra en el intervalo $(0, \infty)$.

P3. (Ecuación de Euler-Cauchy) Volviendo a la ecuación (2), cabe preguntarnos cómo se podría haber resuelto la ecuación sin conocer $y_1(x) = x^2$ en primer lugar. Para ello, considere el cambio de variables $x = e^z$ y con él transforme la ecuación a una en términos de $y(z)$ a coeficientes constantes. Compare la solución con la que se obtuvo anteriormente.