Introducción al Álgebra
MA1101

Hints Guía 06: Funciones y Relaciones

P1. a) Hint 1: Recordar que $a \in f^{-1}(B^c) \iff f(a) \in B^c$

b) Hint 1: Usando a) y propiedades conocidas demuestre que $\forall A \subseteq E$, $f(A^c) \subseteq (f(A))^c \implies f^{-1}(f(A)) = A$.
Hint 2: Para ($\implies$), observe que $f(a_1) = f(a_2) \implies f(\{a_1\}) = f(\{a_2\})$.
Hint 3: Para ($\implies$), pruebe (por contradicción) que f inyectiva $\implies f(A^c) \cap f(A) = \emptyset$.

P2. a) Hint 1: Recordar que $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.
Hint 2: Observar que $X \,/\, Y = \emptyset \implies X \subseteq Y$.

b) Hint 1: Considere $A = \{x\}$ y $B = \{x, y\}$.
Hint 2: Observe que $f(x) = f(y) \implies f(\{x\}) = f(\{x, y\})$.
Hint 3: Use la contra-recíproca de la propiedad del enunciado.

P3. Hint 1: Construya un contra-ejemplo para la antisimetría.

P4. a) Hint 1: De un contra-ejemplo para la simetría.

b) Hint 1: De un contra-ejemplo para la transitividad.

c) Hint 1: Notar que $5 \mid p^2 \iff 5 \mid p$.

d) Hint 1: Considere $f_{p,q} : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ tal que $f_{p,q}(p) = q$, $f_{p,q}(q) = p$, y $f_{p,q}(a) = r$ si $r \notin \{p, q\}$.
Hint 2: Considere las funciones $f_{0,q}(\cdot)$ con $q \in \mathbb{Z}$.

P5. a) Conjunto de pares ordenadosen $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ cuyas coordenadas satisfacen una ecuación determinada, ¿cuál?.

b) Hint 1: $(\mathbb{Z} \times \mathbb{N}^*)\backslash\mathcal{R}$ esta en biyección con $\mathbb{Q}$.
Conjunto de pares ordenadosen $(\mathbb{Z} \times \mathbb{N}^*)\backslash\mathcal{R}$ cuyas coordenadas satisfacen una ecuación determinada, ¿cuál?.

c) Pueden escribir como $\{X \subseteq \mathbb{Z}_- \mid X \subseteq C\}$ para C elegido adecuadamente. Para cadacaso, determine C.