

Auxiliar 11: Límite de Funciones

Profesor: Patricio Felmer
Auxiliares: Matías Carvajal y Nicolás Fuenzalida

o Me suena conocido

Calcule los siguientes límites de funciones si es que existen:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - e^{2x}}{x} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{x+6}}{x-3} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen}(\pi x)}{1 - \cos(x)} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(4-x)}{e^{5(x-3)} - 1} \end{array}$$

o Por ambos lados

Sea $a > 0$ y la función $f(x)$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{a(1 - \cos(x))}{x \operatorname{sen}(x)} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

¿Es posible encontrar un valor de a tal que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ exista?

o Hora del desayuno

Calcule los siguiente límites si es que existen:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n + \operatorname{sen}(n!)} & \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + k}} \\ \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^4 + 4n + 5} - n^2 \right) & \text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+1) - \ln(n)) \\ \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n^3 + 2n)n^7}{n^{10}} \right)^n & \text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(e^{\frac{1}{n}} \right)^k \end{array}$$

◦ **A ponerse en práctica**

Sea $0 < b < a$ y sea la sucesión $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definida por recurrencia como sigue:

$$u_0 = a + b$$
$$u_{n+1} = a + b - \frac{ab}{u_n}$$

- a) Demuestre que $u_n > a, \forall n \in \mathbb{N}$.
- b) Demuestre que u_n es decreciente.
- c) Demuestre que u_n converge y calcule el valor de su límite.