RP Nº 11
Función exponencial y límites

Profesor: Patricio Felmer
Auxiliares: Matías Carvajal y Nicolás Fuenzalida

◦ La sucesión de la sucesión de la sucesión ♪

Sea $(a_n)_n$ una sucesión convergente tal que $(a_n) \to L$. Se define:

$$s_n = \left(1 + \frac{a_n}{n}\right)^n$$

¿Cuál es el límite de $\dfrac{s_n}{(1+\frac{L}{n})^n}$? ¿Se puede saber el límite de s_n sabiendo el valor del límite anterior?

◦ ¡Qué monótono!

Se define la sucesión $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mediante:

$$s_{n+1} = \ln\left(\sqrt[3]{3s_n + 1}\right), \quad n \geq 0$$

Donde s_0 es una constante positiva conocida.

a) Muestre que la sucesión está bien definida, es decir, pruebe que $s_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$.

b) Demuestre que la sucesión es decreciente.

c) Concluya que la sucesión es convergente y que su límite L satisface la ecuación

$$e^{3L} - 3L - 1 = 0$$

◦ Sustos que dan gusto

Calcule el siguiente límite de la sucesión:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\dfrac{2(n-1)}{n^3-1} + \dfrac{10}{n!}\sin(n^4) - \dfrac{6n^5+2n-3}{5-2n^5}}{\dfrac{(-1)^{n+1}}{n+1} + \dfrac{n^n}{2n^n - n!} - \dfrac{(1000)^n}{n!}}$$