



Auxiliar 9: Sucesiones II

Profesor: Patricio Felmer
Auxiliares: Matías Carvajal y Nicolás Fuenzalida

P1.- Para el sábado

Si se sabe que para α y β positivos

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + n + 1} - (\alpha n + \beta) \right)$$

existe, se pide calcular el valor α y β , y luego el valor del límite.

P2.- Creciendo

Sea $\{u_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión creciente. Pruebe que la sucesión definida por:

$$v_n = \frac{1}{n}(u_1 + u_2 + \cdots + u_n)$$

es creciente.

P3.- Construyendo sucesiones

Para $0 \leq a \leq b$, se definen las sucesiones x_n e y_n como

$$\begin{aligned} x_1 &= a, & x_{n+1} &= \sqrt{x_n y_n} \\ y_1 &= b, & y_{n+1} &= \frac{x_n + y_n}{2} \end{aligned}$$

Demuestre que ambas sucesiones poseen límite, que $\lim x_n = \lim y_n$, y que si llamamos ℓ a este último límite, se cumple que

$$\sqrt{ab} \leq \ell \leq \frac{a+b}{2}$$

P4.- Nuevos límites

Calcule:

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt[n]{n+1} - \sqrt[n]{n} \right)$.

ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{3n-7} \right)^n$.

iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^3 + n^2 + 3}$.