



Auxiliar 5: Trigonometría

Profesor: Patricio Felmer
Auxiliares: Matías Carvajal y Nicolás Fuenzalida

P1.- Estudio completo

Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x+1}{2x+1}$.

- a) Encuentre su dominio A , ceros y signos.
- b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de f .
- c) Pruebe que f es inyectiva.
- d) Demuestre que el recorrido de f es $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$.
- e) Encuentre la función inversa de $f : A \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$ y explicita su dominio y recorrido.

P2.- Propiedades importantes

Verifique que las siguientes propiedades son ciertas:

- a) La función $f(x) = \cos(x)$ es par.
- b) $\forall x \in \mathbb{R}, \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos(x)$.
- c) $\forall x, y \in \mathbb{R}, \cos(x) + \cos(y) = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$.

P3.- Sobre identidades

Verifique que $\forall \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$,

$$\frac{1}{2} \sin(\alpha) \sec^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \cos(\alpha) \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sin(\alpha) = 0$$

P4.- Mirando a la nada, pensando en todo

Suponga que usted está parado a una altura h sobre el nivel del mar, mirando al horizonte. Suponga que la Tierra es una circunferencia de radio R . Calcule la cantidad máxima de kilómetros que es posible ver, es decir, el largo del arco de circunferencia que es posible ver.