

Auxiliar 1: Axiomas y Orden

Profesor: Patricio Felmer
Auxiliares: Matías Carvajal y Nicolás Fuenzalida

P1.- De hecho, hay un axioma que lo explica

Usando exclusivamente los axiomas de los reales y mencionándolos claramente cada vez que los use, demuestre la propiedad siguiente.

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, x, y \neq 0, (x + y)(x^{-1}y^{-1}) = x^{-1} + y^{-1}$$

P2.- Un recuerdo, ¿por qué es verdad?

Demuestre usando solamente axiomas y teoremas de existencia y unicidad de neutros e inversos. Si ocupa alguna otra propiedad entonces deberá demostrarla indicando los axiomas que use en ello:

$$(-a)(-b) = ab$$

P3.- Suena bien, ¿será verdad?

Usando las propiedades de orden de los reales, ¿son ciertas las siguientes propiedades?

a) $\forall a, b, c \in \mathbb{R}, (a < b) \wedge (c < d) \implies (a + b)(c + d) < 2(ac + bd)$.

b) $\forall a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$ distintos, entonces:

$$\frac{1}{a^{-1} + b^{-1}} < \frac{a + b}{2}$$

P4.- Y aquí, ¿cuándo es verdad?

Encuentre la solución de las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x}{x-1} \geq \frac{x-1}{x-2}$.

b) $\frac{x^3 + x^2 + x}{|x-2|-1} < 0$.

P5.- Moduloception

Resuelva la inecuación:

$$\frac{||x| - |x - 2||}{x^2 - 1} \leq 2$$