

RP N° 1

Axiomas de Cuerpo de los Reales

Profesor: Patricio Felmer
Auxiliares: Matías Carvajal y Nicolás Fuenzalida

P1.- Demasiadas restricciones

Sean a, b números reales, donde uno no es el inverso aditivo del otro. Y sean α y β números reales, tales que $a\alpha + b\beta = 0$ y $a\beta + b\alpha = 0$. Demuestre que α es el inverso aditivo de β .

P2.- ¿Un cuerpo intermedio?

Denotemos por $\mathbb{Z}$ al conjunto de los números enteros, y por $\mathbb{Q}$ el conjunto de los números racionales (es el conjunto de todas las fracciones $\frac{a}{b}$ donde a, b son enteros y b no es nulo). El conjunto $\mathbb{Q}$ es un cuerpo, pero $\mathbb{Z}$ no lo es. ¿Existe un cuerpo distinto de $\mathbb{Q}$, que contenga a $\mathbb{Z}$ y esté contenido en $\mathbb{Q}$?

P3.- Puedes contar conmigo

Usando solamente los axiomas de cuerpo de $\mathbb{R}$ y los teoremas de unicidad de neutros e inversos, demuestre que si a, b son números reales no nulos, y $a + b = 1$, entonces el inverso multiplicativo de ab es $a^{-1} + b^{-1}$.