MA1101-10 Introducción al Cálculo
Profesor: Pedro Pérez.
Auxiliar: Patricio Yáñez A.
Consultas: pyanez@dim.uchile.cl

Auxiliar 12: Sucesos entre sus sesiones de sucesiones

P1. ***[Definición Convergencia]*** Demuestre utilizando definición de convergencia.

a) $\lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{1}{n}+1} = 1$

b) $\lim_{n\to\infty} \frac{2n+3}{3n-1} = \frac{2}{3}$

c) $\lim_{n\to\infty} n^2+1$ diverge

d) $\lim_{n\to\infty} max\{\frac{(-1)^n}{n}, \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}$ calcule su límite y demuéstrelo.

P2. ***[Trabajemos con un poco más de teoría]***
Sea (a_n) una sucesión tal que existe $\lim_{n\to\infty} n \cdot a_n$. Demuestre que $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.
Indicación: Probar que si $x_n \to l$ y se tiene $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ tal que $f(n) \geq n$, entonces $x_{f(n)} \to l$

P3. ***[Sucesión y función]***
Sea (x_n) una sucesión convergente a $l \in \mathbb{R}$, y sea $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ una función estrictamente creciente.

a) Pruebe que la sucesión $(x_{f(n)})$ es convergente a l.

b) Calcule $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2+1}\right)^{n^2}$

P4. ***[Recurrencia]***
Considere la sucesión definida mediante la recurrencia:

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{2} \cdot (1 + a_{n-1}^2), \text{con } a_0, a_1 \in (0,1)$$

a) Demuestre que $(\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2), a_n \in (0,1)$.

b) Muestre que a_n es convergente.

c) Calcule el límite.

Notitas:

1. P1) Esta pregunta busca que comprendan la definición de convergencia, para esto es recomendable tener la definición y desglosar cada conectivo lógico o cuantificador y ver que hace para el conjunto dado, estudien los casos $\frac{1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}$