

MA1101-10 Introducción al Cálculo**Profesor:** Pedro Pérez.**Auxiliar:** Patricio Yáñez A.**Consultas:** pyanez@dim.uchile.cl**Auxiliar 11: Té supremo**

Mayo de 2024

P1. Calcule:

$$\lim \sum_{i=1}^n \frac{1}{k+n}$$

P2. Calcule:

$$\lim \frac{n!}{n^n}$$

P3. [C4MA1001-1-2010][Té Supremo EARL GREY]

Considere el conjunto A definido como

$$\mathcal{A} = \{x \in \mathbb{Q} / x \cdot (x^2 - 2) \leq 0\}$$

Determine, si es que existen, conjunto de cotas superiores e inferiores de A, máximo, mínimo, supremo e ínfimo de A. Justifique su respuesta brevemente la existencia de los conjuntos y elementos pedidos.

P4. [Té Supremo ROYAL DARJEELING]Sean $\mathbb{A}, \mathbb{B} \subseteq \mathbb{R}$ conjuntos no vacíos y acotados, pruebe que:

$$\mathbb{A} \subseteq \mathbb{B} \Rightarrow \inf(\mathbb{B}) \leq \inf(\mathbb{A}) \leq \sup(\mathbb{A}) \leq \sup(\mathbb{B})$$

P5. [Té Supremo HIERBA LIMÓN FRAMBUESA]

Sean $\mathbb{A} \subseteq \mathbb{R}$ un conjunto no vacío y acotado y sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función decreciente. Demuestre que el conjunto $f(\mathbb{A}) = \{f(x) / x \in \mathbb{A}\}$ tiene ínfimo y supremo, y que:

$$f(\sup(\mathbb{A})) \leq \inf(f(\mathbb{A})) \leq \sup(f(\mathbb{A})) \leq f(\inf(\mathbb{A}))$$

P6. [Té Supremo 1875 ORIGINAL BLEND]Sean $\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C}$ subconjuntos no vacíos y cotados de \mathbb{R} . Pruebe que si $\forall x \in \mathbb{A}, \forall y \in \mathbb{B}, \forall z \in \mathbb{C}$

$$x - y \leq z \Rightarrow \sup(\mathbb{A}) \leq \sup(\mathbb{B}) + \sup(\mathbb{C})$$