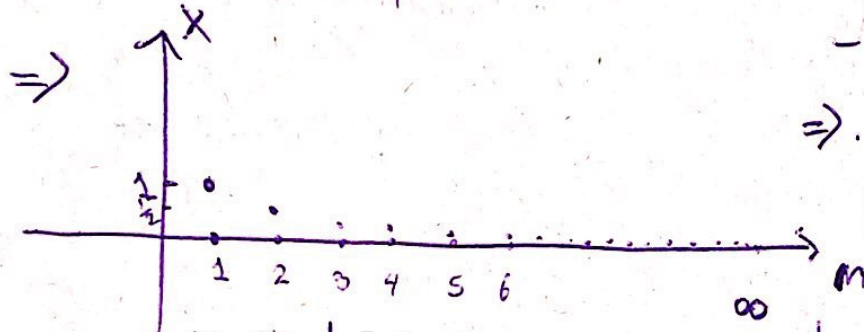


P11 $F = \left\{ x \mid x = \frac{1}{m}, m \in \mathbb{N} \right\}$

Veamos un esquema de como se comporta el conjunto F .

Claramente $m \neq 0$



$\forall m \in \mathbb{N}, m > 0$ se tiene $1 > 0$
 $\Rightarrow$ que $\frac{1}{m} > 0, \forall m$ luego
el 0 es cota inferior.

- Si $\forall m \in \mathbb{N}, \frac{1}{m} \leq 1$
 @ $m=1 \Rightarrow x = \frac{1}{1} = 1$
 $1 \in F$, Además 1 entonces
 es 1 es $\max F$, luego
 $1 \sup(A)$ y sus cotas sup
 $[1, \infty)$.

- $0 \notin F$
 $0 \neq \frac{1}{m} \forall m \in \mathbb{N}$
 $\Rightarrow 0$ no es mínimo.
 - El conjunto de cotas inf
 $[-\infty, 0]$

debenos probar que todos los números superiores a 0 no son
 cota inferior.

P.D.Q: $\forall \varepsilon > 0, \exists m \in \mathbb{N} \quad \frac{1}{m} < 0 + \varepsilon$

$\Leftrightarrow \frac{1}{m} < \varepsilon$

$\Leftrightarrow 1 < \varepsilon \cdot m$ luego por propiedad

aritmética $\forall \varepsilon > 0, \exists m_0 \in \mathbb{N} \mid \varepsilon \cdot m_0 > 1$ con lo

qual demostramos que se cumple para $m = m_0$.

$F \neq \emptyset \wedge$ Acotado inf. $\inf(F) = 0$

$\exists s, s = \inf(F)$

P2/ ~~1~~ $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \cdot (x^2 - 2) \leq 0\}$

• Tenemos una desigualdad donde los elementos de A son racionales de dicha.

tenemos incluido el conjunto solución de

$$x(x^2 - 2) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \leq 0, \text{ con puntos críticos } -\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}$$

Veamos tabla de signos

	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
x	-	-	+	+	+
$x + \sqrt{2}$	-	+	+	+	+
$x - \sqrt{2}$	-	-	-	+	+
	-	+	-	+	

$$\Rightarrow A = \{(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [0, \sqrt{2}]\} \cap \mathbb{Q}$$

A no es acotado inferiormente, como sabemos $\mathbb{Q}$ denso en $\mathbb{R}$, no lo es.

(Siempre entre 2 elementos tengo otro, lo que implica que siempre habrá otro menor).

Entonces A no posee mínimo, no posee ínfimo.

Recorremos
suma
pot
so
diferencia



Es acotado superiormente por $[\sqrt{2}, \infty)$, $A \neq \emptyset$ y A acotado sup.
 Entonces $\sup(A) = \sqrt{2}$, no tiene máx pues $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
 $\Rightarrow \sqrt{2} \notin A //$

P31

$$A \subseteq B \Rightarrow \inf(B) \leq \inf(A) \leq \sup(A) \leq \sup(B)$$

En efecto estas cantidades están bien definidas por axioma del supremo y propiedad del infimo.

(A, B no vacío y A acotados)

Sea $a \in A \Rightarrow a \leq \sup(A)$ y $a \geq \inf(A)$

Por transitividad de la desigualdad $\inf(A) \leq \sup(A)$

- Quiero ver ahora que ~~$\sup(A) \leq \sup(B)$~~

$$\forall \varepsilon > 0, \exists a \in A, \sup(A) - \varepsilon < a$$



Primero quiero probar $\sup(A) \leq \sup(B)$



$$\Leftrightarrow \sup(A) - \sup(B) \leq 0$$

Por contradicción supongamos $\sup(A) - \sup(B) > 0$

Luego por se tiene $\forall \varepsilon > 0$, en particular

$$\sup(A) - \sup(B) = \varepsilon$$

$$\Rightarrow \exists a \in A, \sup(A) - (\sup(A) - \sup(B)) < a$$

$$\sup(B) < a$$

$\sup(B) < a$ para $a \in A \subseteq B \Rightarrow a \in B$.

Entonces tenemos un elemento superior
a) supremo  No!!! 

Porque $\forall x \in X, X \neq \emptyset$ y acotado
 $\inf(X) \leq X \leq \sup(X)$

$$\therefore \sup(A) - \sup(B) \leq 0$$
$$\sup(A) \leq \sup(B) //$$

Para el caso $\inf(B) \leq \inf(A)$ es análogo.
Veamos  $\inf(B) - \inf(A) \leq 0$

Por contradicción supongamos $\inf(B) - \inf(A) > 0$

Por propiedad tenemos $\forall \varepsilon > 0, \exists a \in A, \inf(A) + \varepsilon > a$

En particular $\varepsilon = \inf(B) - \inf(A)$

$$\Rightarrow \exists a \in A, \inf(A) + (\inf(B) - \inf(A)) > a$$

$$\inf(B) > a, a \in A \subseteq B \Rightarrow a \in B$$

$$\therefore \inf(B) - \inf(A) \leq 0$$
$$\Leftrightarrow \inf(B) \leq \inf(A)$$