MA1101-10 Introducción al Cálculo
Profesor: Pedro Pérez.
Auxiliar: Patricio Yáñez A.

Auxiliar 3: preparación tipo Control

3 de Abril de 2024

P1)

(20 min.) Usando propiedades elementales de los números reales, demuestre que para todo $x, y, z, w \in \mathbb{R}$, $w \neq 0$, $z \neq 0$ lo siguiente es verdadero

$$(xw + yz)^2 = (x^2 + y^2)(w^2 + z^2) \quad \Longrightarrow \quad \exists \lambda \in \mathbb{R} \text{ tal que } x = \lambda w,\ y = \lambda z.$$

Para ello note en primer lugar que la igualdad del lado izquierdo permite deducir que $x^2z^2 + y^2w^2 = 2xwyz$. Luego, vea que esto último implica que $xz = yw$. Finalmente, de la igualdad anterior deduzca la conclusión.

P2)

. Usando **sólo** los axiomas de los números reales y las unicidades de los inversos, demuestre las siguientes propiedades (si necesita alguna propiedad extra, **debe demostrarla**)

(a) (15 min.) Para todo $x, y \in \mathbb{R}$, $(-x) + (-y)$ es inverso aditivo de $x + y$.

(b) (25 min.) Si $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ son tales que se verifica la relación $(ad) + (-(cb)) = 0$ entonces

$$[(a + b)d] + [-((c + d)b)] = 0.$$

(c) (15 min.) Para $a \neq 0$, $-(a^{-1}) = (-a)^{-1}$.

P3)

(30 min.) Resuelva la inecuación:

$$\frac{|x - 2| + |2x + 11|}{(x - 2)|x + |x - 2||} < \frac{1}{2}.$$