

Auxiliar 2.

P1/1

a) $\forall x \in \mathbb{R}, x > 0$

$$x^2 + \frac{2}{x} \geq 3 \quad \left. \vphantom{x^2 + \frac{2}{x} \geq 3} \right\} \text{Solución de } X = W$$

Primero tomamos que ver que tengo una fracción donde el denominador no puede ser nulo $\Rightarrow$

$$X \neq 0 ; X \notin \text{Dom} \quad \text{sol } W \in$$

• Notamos que nos dan el hint = Ayuda.

$$(x-1)^2(x+2)$$

Veamos tomamos en un comienzo

$$x \in \mathbb{R}, x > 0, x \neq 0$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R} \cap \mathbb{R}^+ \cap [\mathbb{R} - \{0\}]$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R} \cap [0, \infty + [\cap \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\Rightarrow x \in]0, \infty + [\text{ como primera condición}$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R}_+$$

Sabemos que $(x-1)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
en particular para $x \in \mathbb{R}_+$

$$(x-1)^2 \geq 0 \quad (*)$$

pero recordamos
que una desigualdad
preserva su orden
si es multiplicada
por algo positivo



→ (o reducida)

$$x > 0 \quad / + 2$$

$$x+2 > 2 > 0 \quad \text{transitiva!}$$

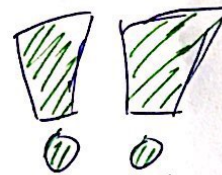
$$\Rightarrow x+2 > 0$$



$$\Rightarrow (x-1)^2 \geq 0 \quad / \cdot (x+2)$$

$$\Rightarrow (x-1)^2(x+2) \geq 0 \cdot (x+2)$$

0 amiguita $\Downarrow$!!



$$\Rightarrow (x-1)^2(x+2) \geq 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 2x + 1)(x+2) \geq 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x + 2x^2 - 4x + 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x + 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x^3 - 3x + 2 + 3x)}{x} \geq \frac{+3x}{x}$$

Bigadiva
 $/ + 3x \quad / \cdot \frac{1}{x} \quad | x \neq 0$
puedo!

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{2}{x} \geq 3 \quad \square$$

$$b) \forall k, \delta \in \mathbb{R}, k, \delta > 0$$

$$k^3 + 2 \cdot \delta^3 \geq 3 \cdot k \cdot \delta^2 / \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\delta^2} k, \delta \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{k^2}{\delta^2} + 2 \frac{\delta}{k} \geq 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{k^2}{\delta^2} + \frac{2}{\left(\frac{k}{\delta}\right)} \geq 3$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{k}{\delta}\right)^2 + \frac{2}{\left(\frac{k}{\delta}\right)} \geq 3$$

Puede ir de ida y vuelta
pues no hago ninguna $\Rightarrow$, $\Leftarrow$
si no $\Leftrightarrow$

$$\Rightarrow \text{por a)} x^2 + \frac{2}{x} \geq 3 \quad \text{si } x = \left(\frac{k}{\delta}\right)$$

$$\left(\frac{k}{\delta}\right)^2 + \frac{2}{\left(\frac{k}{\delta}\right)} \geq 3 \quad / \cdot k \cdot \delta^2, \neq 0$$

$$\Rightarrow k^3 + 2\delta^3 \geq 3k\delta^2 \quad \square$$

$$c) \quad \forall x, y, z \in \mathbb{R}_+^*$$

$$(x+y+z)(x^{-1}+y^{-1}+z^{-1}) \geq 9 \quad \text{⑥}$$

Recordamos

$$(x-y)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \quad / +2xy$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy \quad / \frac{1}{xy} \quad ; x \neq 0, y \neq 0$$

$$\boxed{\frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2.} \quad \left. \vphantom{\frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2.} \right\} \begin{array}{c} \text{SAMUEL} \\ \hline \text{VARIABLE} \end{array}$$

$$(x+y+z)(x^{-1}+y^{-1}+z^{-1})$$

$$= \underbrace{x \cdot x^{-1}}_1 + \cancel{y \cdot x^{-1}} + z \cdot x^{-1} + x \cdot \underbrace{y^{-1}}_1 + \cancel{y \cdot y^{-1}} + z \cdot y^{-1} + \underbrace{x \cdot z^{-1}}_1 + \cancel{y \cdot z^{-1}} + z \cdot z^{-1}$$

$$= 3 + \underline{y x^{-1}} + \underline{z x^{-1}} + \underline{x y^{-1}} + \underline{z y^{-1}} + \underline{x z^{-1}} + \underline{y z^{-1}} \quad \# \text{ SAMUEL}$$

$$= 3 + \frac{y^2 + x^2}{xy} + \frac{x^2 + z^2}{xz} + \frac{z^2 + y^2}{zy} \geq 3 + 2 + 2 + 2 = 9 \quad \square$$

d) $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ recordemos que son
 $a^2 + b^2 = 1$
 $c^2 + d^2 = 1 \Rightarrow ac + bd \leq 1$ variables mudas.

① $(a - c)^2 \geq 0$ # la desigualdad se
~~②~~ $(b - d)^2 \geq 0$ pte sera bajo la suma.

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \Leftrightarrow a^2 - 2cd + b^2 - 2bd + d^2 \geq 0$$

hipotesis $\Rightarrow \underbrace{a^2 + b^2}_1 + \underbrace{c^2 + d^2}_1 - 2bd - 2ac \geq 0 \quad / + 2bd + 2ac$

$$\Leftrightarrow 2 \geq 2(bd + ac) \quad / \frac{1}{2}$$

$$1 \geq (bd + ac) \quad \square$$

$$\frac{p(x)}{q(x)} = \frac{x^2 + (-2x) + 2}{x^2 - 3x + 2} \rightarrow 1$$

1) Buscamos los puntos críticos
pero siempre intentaremos dejar

$$\frac{p(x)}{q(x)} \geq 0$$

$$\frac{p(x)}{q(x)} \leq 0$$

$$\frac{p(x)}{q(x)} > 0$$

$$\frac{p(x)}{q(x)} < 0$$

Así todo t puedes ir

$$\Rightarrow \frac{x^2 + (-2x) + 2}{x^2 - 3x + 2} - 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 2x + 2 - x^2 + 3x - 2}{x^2 - 3x + 2} \geq 0$$

$$\frac{x}{(x-2)(x-1)} \geq 0 \quad \# \text{ punto crítico}$$

$$x_1 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 2$$

$$x_2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_2 = 1$$

$$\Rightarrow x = x_3 = 0$$

	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
X			+	+	+
$X-2$		-	-	-	+
$X-1$		-	-	+	+
	-	+	-	+	

Como se pide $\frac{X}{(X-2)(X-1)} > 0$ lo que es equivalente.

Sea $x \in [0, 1[\cup]2, +\infty[//$

$$b) \frac{4x-3}{6x} \leq \frac{8x-6}{5x} \Leftrightarrow \frac{4x-3}{6x} - \frac{(8x-6)}{5x} \leq 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{20x-15-48x+36}{30x} \leq 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{21-28x}{30} \leq 0$$

$$\frac{7-8x}{10} \leq 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\Rightarrow \frac{20x - 15 - 48x + 36}{30x} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{21 - 28x}{30x} \leq 0 \quad / \cdot \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{3 - 4x}{210x} \leq 0 \cdot \frac{1}{7} = 0$$

Puntos críticos!  Bien!

$$3 - 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

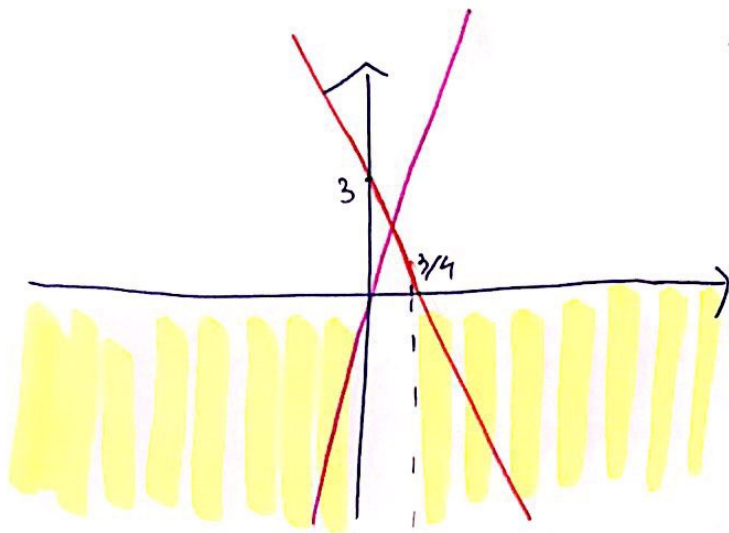
$$210x = 0 \Rightarrow x = 0, \quad 210 \neq 0$$

	$-\infty$	0	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$3 - 4x$	+	+	-	
$210x$	-	+	+	
	-	+	-	

$\Rightarrow$ Sol

$$S =]-\infty, 0[\cup]\frac{3}{4}, +\infty[$$

↓
puede ser abierto o cerrado, depende de $f(x) \leq 0$ / $f(x) < 0$



$$- 210x$$

$$- 3-4x$$

$$\frac{3-4x}{210x} < 0$$

$$]-\infty, 0[\cup]\frac{3}{4}, \infty[$$

Como se puede verificar la solución gráfica coincide con la solución analítica.

Terminamos !

walquier duda a mi correo

pyanez@dim.uchile.cl