Control 2

Gestión de operaciones

Profesores: André Carboni, Rafael Epstein y Pablo Jofré
Auxiliares: Vicente Bossa, Elisa Caro, Camila Carrasco, Camilo Escalante, Agustín Hilcker, Camila Jáuregui, Catalina Lagos y Benjamín Mendoza

Pregunta 1

Parte I

Una empresa de eventos está organizando un evento exclusivo de la Ópera Nacional de Chile en un teatro local. El evento cuenta con 1000 asientos y la empresa organizadora optó por dividir el proceso de ventas en dos etapas:

i) Pre-venta a un precio $p_l = \$50$, con cupos limitados

ii) Venta a tarifa regular $p_h = \$130$

La demanda durante la preventa es abundante y con seguridad llenaría el teatro, pero la empresa desea limitarlas para proteger entradas para la tarifa regular. La venta de la tarifa regular se abre una vez que se completa la pre-venta y la demanda para la tarifa regular sigue una distribución Normal con media $\mu = 200$ y desviación estándar $\sigma = 70$.

a) (2 puntos) ¿Cuál es el ingreso total esperado si la empresa decide vender 800 asientos en la preventa? (asuma que las entradas de la pre-venta se venden en su totalidad).

b) (2 puntos) Calcule la cantidad óptima de entradas para vender en la preventa.

Parte II

Un bar local quiere saber cuántos litros de cerveza debe encargar para el próximo partido de Chile. A través de la demanda histórica se sabe que la demanda se puede aproximar por una distribución normal de media 2.000 unidades y desviación estándar 700. Suponga que el precio de venta es 25 % más que el precio de compra y el precio de salvataje es un 50 % del precio de compra.

(2 puntos) Calcule la cantidad de pedido que maximiza las utilidades, y calcule cuánto es el nivel de utilidades conseguido.

Solución:

Parte I

a) (2 puntos) ¿Cuál es el ingreso total esperado si la empresa decide vender 800 asientos en la preventa? (Asuma que las entradas de la pre-venta se venden en su totalidad).

Usamos la fórmula $E[\text{Utilidad}] = r_h \cdot E[\text{Ventas}] + r_L \cdot E[\text{Booking Limit}]$.
Se obtiene cada término:

$$E[\text{Ventas}] = \mu - \sigma \cdot L(z) = 200 - 70 \cdot L(z)$$

Donde z viene de: $Q = \mu - \sigma \cdot z$. Q representa a los asientos que se venden a tarifa regular, así, $Q = 1000 - 800 = 200$. Por ende:

$$z = \frac{200 - 200}{70} = 0$$

Buscando en la tabla de loss function, $L(0) = 0,3989$. Reemplazando:

$$E[\text{Ventas}] = 200 - 70 \cdot 0,3989 = 172$$

Y $E[\text{Booking Limit}] = 800$, $r_h = \$130$, $r_l = \$50$. Finalmente:

$$E[\text{Utilidad}] = \$130 \cdot 172 + \$50 \cdot 800 = \$62370$$

Puntajes:

- 1 pto. por encontar E[Ventas]

- 0,5 ptos. por encontrar el Booking Limit

- 0,5 ptos. por encontrar la utilidad

b) (2 puntos) Calcule la cantidad óptima de entradas para vender en la preventa.

Se obtienen los costos overage y underage. $C_u = \$130 - \$50 = \$80$ y $C_o = \$50$. Así, el ratio crítico es:

$$RC = \frac{C_u}{C_u + C_o} = 0,615$$

Que en la tabla de la distribución normal corresponde a un $z = 0,29$. Así, $Q = \mu + \sigma \cdot z = 220$, que son los asientos que se venden a tarifa regular, los que se venden en preventa serán $1000 - Q = 780$.

Puntajes:

- 0,5 por encontrar Cu y Co

- 0,5 por el ratio crítico

- 0,5 por el Q óptimo

- 0,5 por responder sobre los asientos que se venden en preventa

Parte II

Se obtienen $C_u = p - c = 1,25c - c = 0,25c$ y $C_o = c - s = c - 0,5c = 0,5c$. Así, $RC = 0,333$, que por tabla corresponde a $z = -0,43$. Luego, $Q = 2000 + 700 \cdot (-0,43) = 1699$.

Para las utilidades, de fórmula $E[Utilidad] = C_u \cdot E[Ventas] - C_o \cdot E[Sobrante]$, se obtiene cada término esperado:

$E[Ventas] = 2000 - 700 \cdot L(-0,43)$. Por tabla, $L(-0,43) = 0,6503$, por ende $E[Ventas] = 1544,79$.

$E[Sobrante] = Q - E[Ventas] = 1699 - 1544,79 = 154,21$.

Finalmente, $E[Utilidad] = 0,25c \cdot 1544,79 - 0,5c \cdot 154,21 = 309,25c$.

Puntajes:

- 1 pto. por llegar al valor de Q óptimo
- 0,5 ptos. por aplicar correctamente fórmula de Utilidad
- 0,5 por dejar el resultado en función de c

Pregunta 2

Usted trabaja en la pastelería *Capo2013*, la que trabaja de la siguiente forma: La pastelería recibe solicitudes de pedidos hasta la 1 pm; luego, desde la 1 pm hasta las 8 pm, prepara los pasteles del día y los despacha. Suponga que un día cualquiera, la pastelería recibe los siguientes pedidos:

Pasteles	**Tiempo de procesamiento**	**Plazo de entrega**
Torta 3 leches	1 hora y media	15:00:00
Donas	20 minutos	16:00:00
Pie de limón	40 minutos	16:30:00
Kuchen	1 hora	14:00:00
Pastel de novios	3 horas	19:30:00
Torta de piña	30 minutos	18:00:00

1. (1.5 puntos) La política de *Capo2013* es pagar una compensación a todos los clientes si se producen atrasos en los despachos. La compensación será la misma para todos los clientes, aunque alguno de ellos no haya sufrido un retraso. El monto a pagar será igual a 100 pesos por minuto de atraso, considerando los minutos del pedido que más atraso tuvo en el día. Realice el secuenciamiento que minimiza la multa, ¿cuánto deberá pagar *Capo2013* en concepto de compensaciones?

2. (1.5 puntos) Al ver el secuenciamiento de la parte anterior, el novio llega rápido a su oficina, ya que necesita con urgencia que su pedido (Pastel de novios) sea el primero en ser procesado. Para ello, le ofrece pagar la diferencia de las compensaciones extra que deberá pagar a todos los clientes por los mayores atrasos. ¿Cuál será el nuevo secuenciamiento y cuánto deberá abonar el cliente por ser el primero en ser atendido? (Para efectos de esta pregunta considere el secuenciamiento que hizo en la parte 1, en caso de no haber hecho esa parte considere como secuenciamiento el orden que aparece en la tabla).

3. (1.5 puntos) Ahora *Capo2013* también ofrece despacho a domicilio de sus pasteles los días Jueves. Con esto, cambió su política de entregas para los Jueves, pues ya no existe un plazo de entrega exacto (simplemente se le indica al cliente que se le entregará durante el día). La dueña de la pastelería está preocupada por el pago de horas extra; encuentre el secuenciamiento que minimiza las horas extra para los siguientes pedidos del día. ¿Cuántas horas extra deberá pagar? Considere que existe sólo 1 repartidor y que los pasteles también se hacen de forma secuencial. Los tiempos de la tabla consideran el tiempo de ida y vuelta del repartidor y un pedido se considera entregado una vez el repartidor vuelve a la pastelería. Considere que se empiezan a pagar horas extra después desde 20:00 horas.

4. (1.5 puntos) Suponga que el proceso de preparación del pastel de la parte 3 se complejiza, separándolo en varias tareas (por ejemplo, mezcla de ingredientes, cocción, empaque, etc). Es

Pasteles	Tiempo de preparación	Tiempo de despacho
Torta selva negra	1 hora 30 mins	1 hora
Donas	20 minutos	30 minutos
Queque	40 minutos	15 minutos
Torta de cumpleaños	2 horas	1 hora 45 mins
Panqueques	1 hora 30 mins	2 horas
Galletas	30 minutos	1 hora 30 mins

decir, ahora existen más de 2 etapas comparado con la situación anterior. ¿Existe una regla simple para tener el secuenciamiento óptimo?. En caso de no ser así, ¿qué se debería hacer para resolver el problema y qué dificultades tendría encontrar una solución óptima? Comente.

Solución:

1. Como la multa depende del mayor tiempo de atraso y estamos minimizando dicha multa, entonces estamos minimizando el menor de los atrasos, por lo que el secuenciamiento óptimo corresponde a EDD (Earliest Due Date), bajo esta heurística de secuenciamiento obtenemos la siguiente secuencia:

   Kuchen -> T3L -> Donas -> Pie -> T, de piña -> P. de novios.

   Donde el mayor tiempo de atraso lo alcanzan la Torta tres leches y el Pastel de novios, ambos con un atraso de 30 minutos, por lo tanto la compensación corresponde a 30 x 100 x 6 = 18000 pesos.

   Puntaje:
   - 0.5 puntos por decir que se usa EDD
   - 0.5 puntos por el secuenciamiento (si no se explicita que es EDD pero se hace el secuenciamiento se da el punto completo igual)
   - 0.5 puntos por calcular bien la multa.

2. Se considera el mismo secuenciamiento anterior solamente que ahora el pastel de novios va primero (es directo notar que este secuenciamiento sigue minimizando la multa bajo la restricción de que el pastel de novios va primero). Por lo que el secuenciamiento nuevo será:

   P. de novios -> Kuchen -> T3L -> Donas -> Pie -> T, de piña.

   Donde el mayor tiempo de atraso lo tiene la torta de 3 leches con un atraso de 3 horas 30 minutos. por lo tanto la compensación corresponderá a 210 x 100 x 6 = 126000.

   Luego como el novio se compromete a pagar la diferencia dicho pago será de 126000 - 18000 = 108000 (también se considerará válido si se considera el pago extra que debe abonar el novio teniendo en cuenta que la compensación que recibe por atraso también es mayor, luego como ahora recibe 21000 de compensación en comparación a los 3000 que recibía antes, entonces tiene un ingreso extra de 18000 el cual se debe descontar a los 108000 que paga, quedando la compensación final en 90000).

   Puntaje:
   - 0.5 puntos por secuenciamiento.
   - 0.5 puntos por máximo atraso.
   - 0.5 puntos por calcular bien la compensación.

3. Como la hora de inicio es fija al minimizar las horas extra lo que se está minimizando es el tiempo total de procesamiento, lo que se puede lograr considerando el proceso de preparación y entrega como un secuenciamiento en 2 máquinas (ya que nos dicen que los trabajos son secuenciales), y usando la regla de Johnson, a través de la cual se llega al siguiente secuenciamiento:

   Donas -> Galletas -> Panqueques -> Torta de cumpleaños -> Torta selva negra -> Queque

   Donde el tiempo total de procesamiento es de 7 horas 20 minutos por lo que el pagó de horas extra corresponderá a 20 minutos.

   Puntaje:
   - 0.5 puntos por usar regla de Johnson.
   - 0.5 puntos por secuenciamiento.
   - 0.3 puntos por calcular tiempo total de procesamiento
   - 0.2 puntos por mencionar cuantas horas extra se pagan.

4. En ese caso se tendría que hacer un modelo de optimización para encontrar el óptimo, no nos serviría aplicar la regla de Johnson aunque se pueden hacer heurísticas basadas en esta, pero para llegar al óptimo habría que resolver el PPL, la dificultad que tendría encontrar una solución óptima es que nos encontraríamos con un problema NP completo, por lo que dependiendo del tamaño del problema podría ser computacionalmente complejo de procesar.

   Puntaje:
   - 0.5 puntos por decir que no se puede usar heurística.
   - 0.5 puntos por decir que se debe resolver PPL.
   - 0.3 puntos por mencionar la dificultad computacional (o NP completo)

Pregunta 3

La empresa *ABC* compra y vende tomates de calidad premium, cobrando un precio más alto que el precio de mercado de los tomates de calidad normal. Sin embargo, *ABC* también vende tomates de calidad normal a precio de mercado. *ABC* se abastece de un productor local que todos los meses le envía tomates, por los que *ABC* paga \$400 por kilo más un costo fijo por despacho de \$1.000.000. El proveedor le da la opción a *ABC* de aumentar o disminuir la cantidad de tomates mensuales a enviar sin cambiar el costo unitario ni el costo de despacho. La cantidad mínima que *ABC* puede pedir por mes es de 0 kilos (si el pedido es de 0 kilos, no hay que pagar el costo fijo de transporte) y la máxima es de 7.000 kilos. Sin embargo, el proveedor exige que la cantidad mensual a despachar por mes se defina una vez al año, al inicio de cada año, de modo que pueda programar su producción. También el proveedor exige que le compren, como mínimo, 50.000 kilos de tomate al año.

ABC recibe los tomates de su proveedor y los tiene que clasificar, según si son de calidad premium o normal. La estadística indica que el 30 % de los tomates que recibe *ABC* son de calidad premium mientras que el 70 % restante son de calidad normal. Los tomates de calidad premium los puede vender en \$2.000 pesos por kilo y los de calidad normal los puede vender a \$1.000 pesos por kilo. Considere que *ABC* recibe los tomates del proveedor al inicio de cada mes y que el pago al proveedor es al contado contra recepción de los tomates. También los clientes pagan al contado apenas reciben los tomates. Puede considerar que los despachos a los clientes ocurren también al inicio de cada mes. Para efectos prácticos puede considerar que el proceso de clasificación es muy rápido (casi instantáneo) y ocurre apenas llegan los tomates a *ABC*. Además, los tomates de calidad premium se pueden vender como tomates de calidad normal, aunque recibiendo el precio rebajado de $1.000

Una vez clasificados, los tomates pueden ir directamente a los clientes o pueden ir a unos frigoríficos donde son guardados para ser enviados a los clientes en el fututo. Cada kilo que está en el frigorífico tiene un costo de $100 por mes. Además, el costo del capital de la empresa es muy alto, siendo del 2 % por mes.

Los tomates que se reciben y son clasificados como calidad premium pueden seguir vendiéndose como calidad premium si están hasta 1 mes en el frigorífico; después de eso, se tienen que vender como calidad normal. Los tomates de calidad normal que se envían al frigorífico mantienen su misma calidad. Sin embargo, considere que después de 3 meses de estar en el frigorífico, un tomate todavía se puede vender como calidad normal, pero ya no puede mantenerse en el frigorífico otro mes adicional y, si no hay mercado para despacharlos, se tendrían que desechar como un desperdicio sin valor (dado que pierde sus atributos como alimento).

La demanda mensual por tomates premium y normales se conoce para el próximo año. *ABC* debe cumplir con esta demanda mensual. Considere que la demanda por kilos de tomates de calidad premium para el mes t es igual a D_t y la demanda por tomates de calidad normal es de G_t. Considere que al inicio del año no hay inventario de tomates y que tampoco es necesario dejar un inventario de tomates para el fin del año que se quiere planificar.

Escriba un modelo de optimización lineal entero mixto que permita encontrar la política de compra e inventario, la que permita cumplir con las demandas de tomates y minimizar los costos de *ABC* para el año que viene. Haga los supuestos que encuentre razonables e indíquelos en su respuesta.

Solución:

Se considerará la siguiente distribución de puntaje:

Puntaje:
- 3 puntos por restricciones.
- 2 puntos por variables de decisión.
- 1 punto por función objetivo

Variables de Decisión:

(1)

x_t: Kilos de tomate comprados en mes t.

y_t: $\begin{cases} 1 & \text{si } x_t > 0 \\ 0 & \text{si } x_t = 0 \end{cases}$

q_t: Kilos de tomate premio comprados en t y enviado al inventario. $t \in \{1, \ldots, 12\}$

g_t: Kilos de tomate premio comprados en t y enviados al cliente. $t \in \{1, \ldots, 12\}$

u_t: Kilos de tomate normal comprados en t y enviados al inventario. $t \in \{1, \ldots, 12\}$

v_t: Kilos de tomate normal comprados en t y enviados al cliente. $t \in \{1, \ldots, 12\}$

s_{it}: Kilos de tomate normal que al final del período t completan una antiguedad de "i" meses. $t \in \{1, \ldots, 12\}$, $i \in \{1, 2, 3\}$

z_{it}: Kilos de tomate normales enviados a clientes desde el inventario en el mes $(t+1)$ si al final del mes t, completa una antiguedad de "i" mesés

r_t: Kilos de tomate a ser desechados al final del período t.

Restricciones:

i) $q_t + g_t \le 0{,}3\, X_t \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\}$

ii) $u_t + v_t + q_t + g_t = X_t \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\}$

iii) $X_t \le M \cdot y_t \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\} \qquad M = 7{,}000$

iv) $\sum_{t=1}^{12} X_t \ge 50{,}000$

v) $S_{1t} = u_t \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\}$

vi) $S_{2t} = S_{1(t-1)} - z_{1,(t-1)} \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\}$

vii) $S_{3t} = S_{2(t-1)} - z_{2(t-1)} \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\}$

viii) $S_{3t} = z_{3t} + r_t \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\}$

ix) $G_t = v_t + \sum_{i=1}^{3} z_{i(t-1)} \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\}$

x) $D_t = g_t + q_{t-1} \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\}$

$q_t, g_t, u_t, v_t, S_{it}, z_{it}, r_t \ge 0 \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\},\ i \in \{1, 2, 3\}$

$y_t \in \{0, 1\} \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\}$

$0 \le X_t \le 7{,}000 \qquad t \in \{1, 2, \ldots, 12\}$

Función Objetivo:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{12} \frac{\left[1{,}000{,}000\, y_t + 400 \cdot X_t + 100\,(S_{1t} + S_{2t} + S_{3t} + q_t)\right]}{(1{,}02)^t}$$

Propuesta

w_t = kg de tomates premium en inventario que se envían al cliente en $t+1$

- Restricciones cambiadas

V) $S_{1t} = u_t + (q_t - w_t)$

X) $D_t = q_t + w_t$