Auxiliar VI: Resumen Crecimiento

Profesor: Pamela Arellano
Ayudante: Felipe Rodríguez

June 27, 2024

Resumen Presentación

Supuestos función de producción

La función de producción,

$$Y = F(K, L)$$

- F() tiene retornos constantes a escala, lo que permite definirla en términos per-cápita:

$$f(k) \equiv F\left(\frac{K}{L}, 1\right)$$

Donde $k \equiv \dfrac{K}{L}$

Supuestos función de producción

Supuesto 1: Función Concava

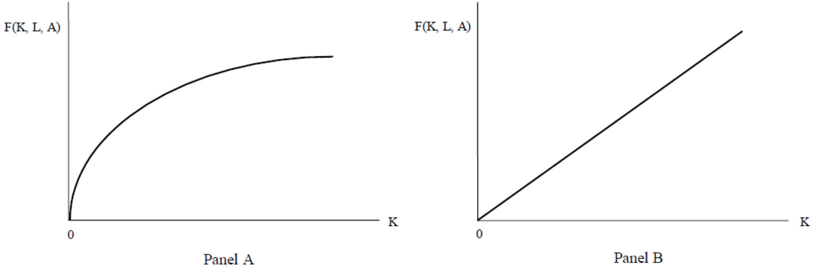
- $F_K > 0$, $F_{KK} < 0 \quad \forall K$
- $F_L > 0$, $F_{LL} < 0 \quad \forall L$

Supuesto 2: Condiciones de Inada

- $\lim_{K \to \infty} F_K = \lim_{L \to \infty} F_L = 0, \forall K, L$
- $\lim_{K \to 0} F_K = \lim_{L \to 0} F_L = \infty, \forall K, L$

Supuestos función de producción

Fuente: Acemoglu 2007. Introduction to Modern Economic Growth.



- El Panel A cumple con las condiciones de Inada, por ejemplo, una función de producción Cob-Douglas: $Y = AK^{1-\alpha}L^{\alpha}$.
- El panel B no cumple las condiciones de Inada, por ejemplo, el modelo AK: $Y = AK$.

Supuestos función de producción

Fuente: Acemoglu 2007. Introduction to Modern Economic Growth.

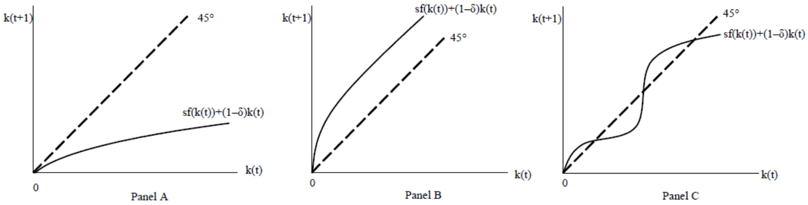


FIGURE 2.5. Examples of nonexistence and nonuniqueness of steady states when Assumptions 1 and 2 are not satisfied.

- Panel A y B no cumplen con las condiciones de Inada. No hay estado estacionario.
- Panel C no cumple con el supuesto 1. Estado estacionario no es único.

Modelo de Solow

- El modelo de Solow es un modelo de equilibrio parcial. Se calcula un equilibrio del lado de las firmas considerando como dado el equilibrio del lado de los hogares.
- Las firmas resuelven:

$$\max_{K \geq 0, L \geq 0} \{F(K_t, L_t) - \omega_t L_t - r_t K_t\}$$

  Lo que entrega precios y cantidades de equilibrio en todo instante del tiempo. **No solo en el estado estacionario**.
- Los hogares tienen una regla exógena de consumo. Se aume que destinan una fracción fija s de su ingreso a inversión.

$$\begin{aligned} Y &= C + I = C + S \\ C &= (1 - s)Y \\ S &= sY \end{aligned}$$

Modeo de Solow

- La acumulación de capital está dada por:

$$\dot{K} = sF(K, L) - \delta K$$

- En términos per-cápita:

$$\dot{k} = sf(k) - (\delta + n)k$$

  Donde, $k \equiv \frac{K}{L}$. Note que si no hay crecimiento de la población, es un caso particular con $n = 0$.

- En un estado estacionario tal que $\dot{k} = 0$, hay un nivel de capital per-cápita k^*:

$$sf(k^*) = (\delta + n)k^*$$

Modeo de Solow

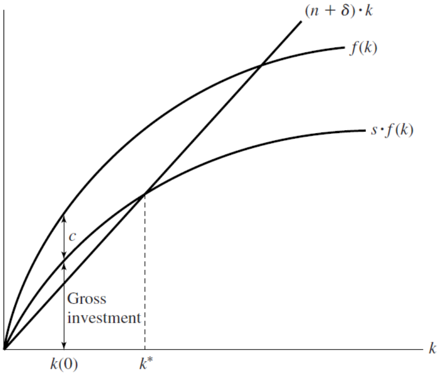
- La conclución fundamental de este modelo es que, la tasa de crecimiento del capital per-cápita (fuera del estado estacionario):

$$\gamma_k \equiv \frac{\dot{k}}{k} = \frac{sf(k)}{k} - (\delta + n)$$

  Es mayor mientras más lejos se esté del estado estacionario. Además, es positiva a la izquierda de k^* y negativa a la derecha.
- Esto último implica que el modelo de Solow predice convergencia.

Modeo de Solow

Fuente: Barro y Sala-i-Martin 2004, 2da Ed.



Hay una regla de oro que define el consumo óptimo.

- Consumo en estado estacionario es (producto menos inversión):

$$c^* = f(k^*) - (\delta + n)k^*$$

- El óptimo es:

$$f'(k_{gold}) = \delta + n$$

Lo cuál es fruto de calcular el óptimo del consumo (c^*) eligiendo s_{gold}. Se llega a este óptimo debido a que $\dfrac{\partial k^*}{\partial s} > 0$.

Modelo de Solow-Swan

- El modelo de Solow-Swan incorpora un crecimeinto exógeno de la productividad.
- Para esto incorpora una función de producció Harrod-neutral:

$$Y = F(K, AL)$$

  La cuál tiene retornos constantes a escala y cumple con los supuestos 1 y 2.
- En este modelo se define un capital efectivo por unidad de trabajo: $\tilde{k} \equiv \frac{K}{AL}$.
- El resultado es principal es que, en estado estacionario:
  - El capital efectivo por unidad de trabajo ($\tilde{k}^*$) es constante.
  - Sin embargo el capital per-cápita en estado estacionario (k^*) crece a tasa g.

Modelo de Solow-Swan

- La función de producción Harrod-neutral asegura sendas de crecimiento balanceado. i.e. Todas las variables endógenas crecen a tasa constante.
- En este modelo el crecimiento de Capital, Producto y Consumo crecen a la misma tasa en estado estacionario:
  - En niveles: $\gamma_K = \gamma_Y = \gamma_C = n + g$
  - per-cápita: $\gamma_k = \gamma_y = \gamma_c = g$

Modelo de Solow-Swan

Los resultados en términos de capital efectivo por unidad de trabajo ($\tilde{k}$) son equivalentes al modelo de Solow simple:

- Acumulación de capital: $\dot{K} = sF(K, AL) - \delta K$
- Por unidad de trabajo efectivo: $\dot{\tilde{k}} = sf(\tilde{k}) - (\delta + n + g)\tilde{k}$
- Estado estacionario: $sf(\tilde{k}^*) = (\delta + n + g)\tilde{k}^*$
- Tasa de crecimiento del capital efectivo (fuera del estado estacionario):
$$\gamma_{\tilde{k}} \equiv \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{sf(\tilde{k}^*)}{\tilde{k}} - (\delta + n + g)$$
Note que se predice convergencia también.
- Regla de oro: $f'(\tilde{k}_{gold}) = \delta + n + g$

Modelo AK

Se define la función de producción como:

$$Y = AK$$

- Tiene retornos constantes a escala.
- Rendimientos no decrecientes del capital.
- No cumple condiciones de Inada.

Modelo AK

En este modelo se tiene que el crecimiento del producto, consumo y capital es positivo siempre, aún sin suponer crecimiento de A.

- En niveles: $\gamma_K = \gamma_Y = \gamma_C = sA - \delta$.
- per-cápita: $\gamma_k = \gamma_y = \gamma_c = sA - (\delta + n)$
- El crecimiento es siempre positivo si, $sA > (\delta - n)$.
- No hay estado estacionario.
- Crecimeinto del capital per-cápita no depende de su nivel. i.e. No hay convergencia.
  - Compare con el modelo de Solow: $\gamma_k \equiv \frac{\dot{k}}{k} = \frac{sf(k)}{k} - (\delta + n)$
- Con una función de producción alternativa:

$$Y = AK + BK^{1-\alpha}L^{\alpha}$$

Crecimiento del capital per-cápita sería mayor para economías más pobres. Sin embargo, crecimiento es eterno, por lo nunca se alcanzaría a economías más ricas.