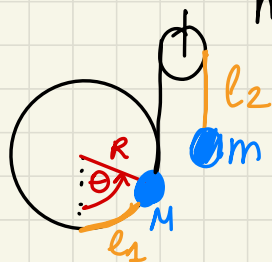


a) La única restricción no lineal está dada por el segmento de cuerda que une las masas:



$$l = l_1 + l_2 = R\theta + y = f_1(\theta, y)$$

+0.8 pts

* Las coordenadas generalizadas del problema son θ e y +0.2 pts

El Lagrangiano es:

$$L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} M R^2 \dot{\theta}^2 - mgy + MgR \cos \theta$$

+1.0 pts

b) Utilizando multiplicadores de Lagrange las ecuaciones son:

(i) $m\ddot{y} + mg = \lambda_1 \cdot 1 = Q_y$

donde $\frac{\partial f_1}{\partial y} = 1$ y $\frac{\partial f_1}{\partial \theta} = R$

(ii) $MR\ddot{\theta} + MgR \sin \theta = \lambda_1 \cdot R = Q_\theta$

← reemplazando

$y = -R\theta$ +0.5 hacer bien multiplicadores

(i) $\Rightarrow \lambda_1 = m(g - R\ddot{\theta})$

(ii) $\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{(M \sin \theta - m)}{(M+m)} \frac{g}{R} \theta = 0$ (*)

Ecuación de θ "tipo" pendulo plano

+0.5 pts

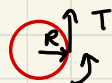
Las Fuerzas restrictivas son:

$$Q_\gamma = \lambda_\gamma = m(g - R\ddot{\theta}) \rightarrow$$

"Fuerza de restricción asociada a la Tensión de la cuerda inextensible." +0.5 pts

$$Q_\theta = R T = Rm(g - R\ddot{\theta}) \rightarrow$$

"asociado al torque en el arco." +0.5 pts



c) Los ptes de equilibrio cumplen

$$\sin\theta_0 = \frac{m}{M}$$

Al hacer pequeñas oscilaciones c/R al pto de equilibrio en la ecuación *:

$$\ddot{\delta} + \frac{M \cos\theta_0}{(M+m)} \frac{g}{R} \delta = 0$$

$$\hookrightarrow \omega_0^2$$

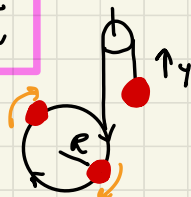
+1 pts

donde $\cos\theta_0 = \frac{\sqrt{(M+m)(M-m)}}{M} \rightarrow$

$$\omega_0^2 = \sqrt{\frac{M-m}{M+m}} \frac{g}{R}$$

* $M \gg m \Rightarrow \omega_0^2 \rightarrow g/R$

OSC. Péndulo plano en torno a $\theta=0$



* $M > m \rightarrow \omega_0^2 \in \mathbb{R}$

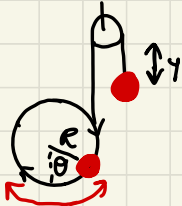
OSC. con frecuencia $\omega_0 = \sqrt[4]{\frac{M-m}{M+m}} \frac{g}{R}$ en torno a $\theta = \sin^{-1}(m/M)$

* $M = m \Rightarrow \omega_0^2 = 0$ ω_0 y equilibrio es $\theta_0 = \sin^{-1}(1) = \pi/2$

* $M < m \Rightarrow \sin \theta_0 = \frac{m}{M} > 1 \therefore \theta_0 \in \mathbb{C}$

No hay equilibrio, por lo que la masa m bajara sin tensión

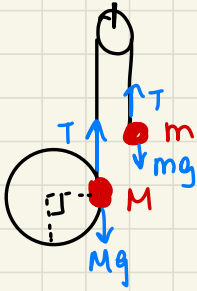
• $M \gg m$ y $M > m$



La diferencia es la frecuencia

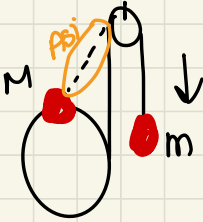
$$\omega_{M \gg m} > \omega_{M > m}$$

• $m = M$



La tensión de M es igual a la de m ,
No oscila!

• $m > M$



Cae sin control m y M

Comienza a girar, hasta que se pierde la verticalidad de la cuerda

+0.5 dibujos