Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2002: Electromagnetismo

Auxiliar 5

Fecha: 5 de abril de 2024
Profesor: Domenico Sapone
Auxiliares: Camila M., Bianca Z.
Ayudantes: Julio D., Gerd H.

Principales ecuaciones y conceptos:

(1) Campo Eléctrico y Potencial de Distribución Continua, y Relaciones

$$\vec{E} = -\nabla V \qquad \vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r'}}{\|\vec{r} - \vec{r}\|^3} dq \qquad V = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\|\vec{r} - \vec{r}\|} dq \qquad \Delta V = V(B) - V(A) = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

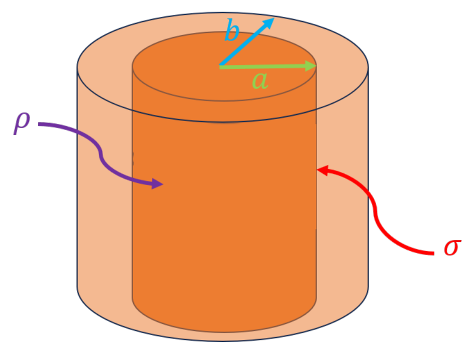
(2) Ley de Gauss, en su forma integral y diferencial (3) Capacitancia de condensadores

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{encerrada}}{\varepsilon_0} \qquad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad C = \frac{Q}{\Delta V}$$

P1. [Potencial (y algo más)]
Considere un cable coaxial muy largo, compuesto por: un cilindro sólido al interior de radio a cuya densidad de carga volumétrica es ρ constante, y por un manto cilíndrico de radio b (se cumple que $b>a$) que posee una carga superficial σ tal que el cable es eléctricamente neutro.

(a) Demuestre que el campo eléctrico en todo el espacio es:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \dfrac{\rho}{2\epsilon_0} r\hat{r} & 0<r \leq a \\ \dfrac{\rho a^2}{2\epsilon_0} \dfrac{1}{r}\hat{r} & a<r<b \\ 0\hat{r} & r>b \end{cases}$$



(b) Calcule el potencial en todo el espacio, usando que en el manto $r = a$, el potencial es V_0.

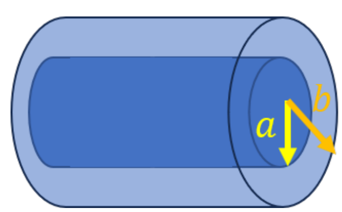
(c) Calcule nuevamente el potencial en todo el espacio, pero usando que el manto $r = b$ está conectado a tierra.

(d) ¿Son las funciones iguales? Justifique.

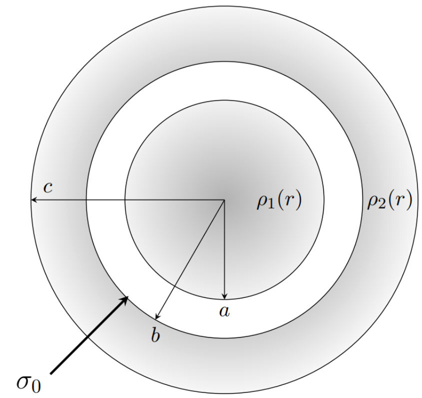
P2. [Lento pero seguro]
Considere un sistema compuesto por dos cilindros metálicos coaxiales, de radios a y b (con $a<b$).

(a) ¿Es o no un condensador? Justifique.

(b) Calcule su capacitancia por unidad de largo, si tuviese.



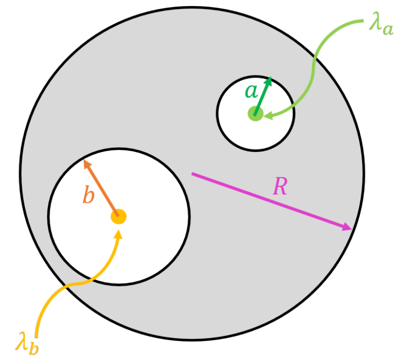
P3. **[Seguir practicando potencial] [Recuerdos Auxiliar 4]**
El sistema formado por cilindros infinitos que se muestra en la figura (vista superior) es tal que, en la zona interior para $\rho<a$ se tiene una densidad de carga volumétrica $\rho_1(\rho) = a\frac{1}{\rho}$, en $\rho = b$ posee una densidad de carga superficial σ_0, y en el cascarón exterior (entre b y c) existe la densidad de carga volumétrica $\rho_2(\rho) = bc\frac{1}{r^2}$. El campo eléctrico en todo el espacio es:



$$\vec{E}(\rho) = \begin{cases} \dfrac{a}{\epsilon_0}\hat{\rho} & 0<\rho \leq a \\ \dfrac{a^2}{\epsilon_0}\dfrac{1}{\rho}\hat{\rho} & a<\rho<b \\ \left(\dfrac{a^2}{\epsilon_0} + \dfrac{\sigma_0 b}{\epsilon_0}\right)\dfrac{1}{\rho} + \dfrac{bc}{\epsilon_0}\dfrac{1}{\rho}\ln\left(\dfrac{\rho}{b}\right)\hat{\rho} & b<\rho \leq c \\ \left(\dfrac{a^2}{\epsilon_0} + \dfrac{\sigma_0 b}{\epsilon_0} + \dfrac{bc}{\epsilon_0}\ln\left(\dfrac{c}{b}\right)\right)\dfrac{1}{\rho}\hat{\rho} & \rho>c \end{cases}$$

(a) Sabiendo que el potencial en el radio b es V_0, calcule el potencial en todo el espacio.

P4. **[Conductores]**
Se tiene un cilindro conductor macizo infinitamente largo de radio R, al cual se le realizan dos cavidades cilíndricas de radios a y b, de modo que se encuentra descargado. En el centro de cada perforación de ubica una distribución lineal de carga de densidades λ_a y λ_b, respectivamente.



(a) Determine las densidades superficiales de carga en las caras interiores del cilindro conductor, así como en su cara exterior. Calcule su densidad volumétrica dentro.

(b) Calcule el campo eléctrico dentro y fuera del cilindro.

(c) Muestre la expresión del campo eléctrico en cada cavidad.

(d) Determine el potencial entre el conductor y cada cavidad.

Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2002: Electromagnetismo

Resumen Auxiliar 5

Profesor: Domenico Sapone
Auxiliares: Camila M., Bianca Z.
Ayudantes: Julio D., Gerd H.

El **voltaje o diferencia de potencial (d.d.p.)** es una cantidad de interés ya que es un parámetro **medible** (*flashbacks* de Métodos Experimentales), y está dado por $\Delta V = V(r) - V(r_{ref}) = -\int_{r_{ref}}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l}$.

Para calcular una d.d.p. es necesario hacerlo **con respecto a una referencia** (en general, y en otros contextos, las mediciones de los parámetros siempre son con respecto a otra cosa). Cuando las distribuciones de carga son acotadas en el espacio, es posible **tomar la referencia en infinito**, ya que no hay carga, y el potencial es cero (salvo en el caso de un plano infinito), como en una esfera o un cilindro (aunque para este último, cuando se tiene simetría para usar Ley de Gauss, se considera como referencia el potencial en algún manto, de ser conocido). Notar que cuando un componente está "conectado a tierra", se tiene la convención de que está a potencial cero.

La **primera ecuación de Maxwell**, también conocida como la **Ley de Gauss**, relaciona al campo eléctrico con la carga eléctrica. En su forma integral, indica que el flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada (denominada "superficie gaussiana") es proporcional a la carga eléctrica encerrada por dicha superficie, independiente de cómo está distribuida; en su forma diferencial, postula que todas las "fuentes" o "sumideros" de campo eléctrico generan una densidad de carga eléctrica. Más en general, modela el hecho de que las densidades de carga eléctrica dan origen al campo eléctrico.

Los **conductores** son materiales que permiten que los electrones fluyen libres en ellos. Se caracterizan por tener **carga interna neta siempre nula**, por lo que el **campo eléctrico dentro de ellos es nulo**. En consecuencia, la **carga se acumula en sus superficies**, el **campo eléctrico externo es siempre perpendicular a la superficie del conductor**, y la **superficie del conductor es equipotencial**.

Un conductor está **cargado** si su carga neta no es nula (es decir, no es eléctricamente neutro), y está **descargado** si su carga neta sí es nula (i.e. sí es eléctricamente neutro).

Los **condensadores** son un sistema de conductores (denominados armaduras del condensador) entre los cuales ocurre una inducción completa; estos arreglos tienen la capacidad de almacenar carga.

La razón entre el valor absoluto de la carga almacenada en una armadura y la diferencia de potencial entre las armaduras del **condensador** se denomina capacitancia $C = |\frac{Q}{\Delta V}|$ y es siempre positiva. Solo depende de la forma del medio o geometría de los conductores.