Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2002: Electromagnetismo

Auxiliar 3

Fecha: 22 de marzo de 2024
Profesor: Domenico Sapone
Auxiliares: Camila M., Bianca Z.
Ayudantes: Julio D., Gerd H.

Principales ecuaciones:

(1) Campo Eléctrico y Potencial de Distribución Continua

$$\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r'}}{\|\vec{r} - \vec{r}\|^3} dq \qquad\qquad V = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\|\vec{r} - \vec{r}\|} dq$$

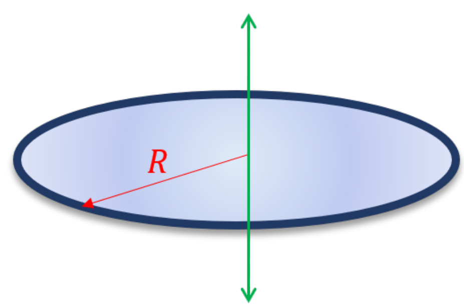
(2) Relaciones entre Campo Eléctrico y Potencial

$$\vec{E} = -\nabla V \qquad\qquad \Delta V = V(B) - V(A) = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

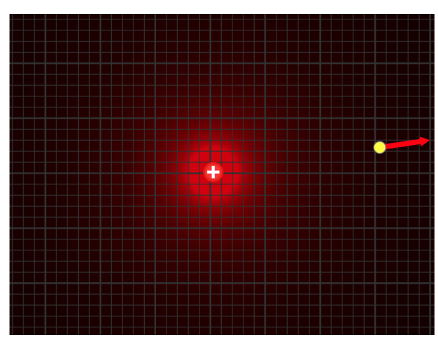
(3) Trabajo, Potencial y Energía Potencial Eléctrica de una Carga Puntual

$$\begin{aligned} W^{A\to B} &= -q\,(V_B - V_A) = -q\Delta V^{A\to B} \\ &= -\,(U_B - U_A) = -\Delta U^{A\to B} \end{aligned}$$

P1. [Campo Eléctrico y Potencial]
Sobre el contorno de un disco de radio R se distribuye una densidad de carga lineal directamente proporcional al cuadrado del seno del ángulo recorrido. Obtenga expresiones para su campo eléctrico y potencial a lo largo de su eje de simetría, y verifique las relaciones entre sí.



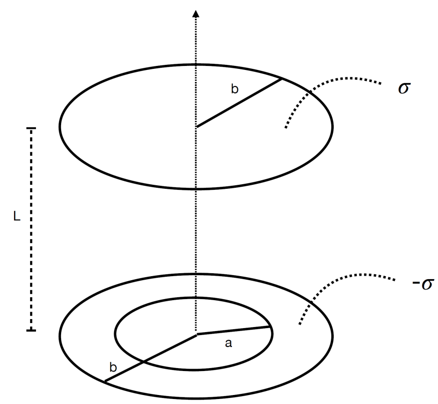
P2. [Superficies Equipotenciales]
El objetivo de este ejercicio es explorar el concepto de superficies equipotenciales, en particular las de una carga puntual. Puede apoyarse de *este* simulador.



(a) Obtenga el potencial de una carga puntual a partir de su campo eléctrico, eligiendo una referencia adecuada. (Propuesto: obtener el campo eléctrico de una carga puntual a partir de su potencial, y verificar que ambos desarrollos llevan a las mismas expresiones).

(b) Determine la forma de las superficies equipotenciales de una partícula puntual con carga 1nC.

P3. [**Energía**]
Se tiene un disco de radio b el cual se encuentra uniformemente cargado con densidad de carga $-\sigma$, y posee una perforación circular en su centro, de radio a. Sobre este disco, a una distancia L, hay un segundo disco de radio b, paralelo al primero, pero sin perforación, el cual tiene una densidad de carga uniforme $+\sigma$. Considere que el eje de simetría de ambos discos coinciden.
Suponga que una partícula de masa m y carga $q>0$ se desprende del punto medio del disco completo. Calcule la velocidad con que pasa por el centro del disco con perforación. Asuma que la carga de la partícula es de signo opuesto a la carga del disco con perforación, y que cuando se desprende su velocidad inicial es nula.

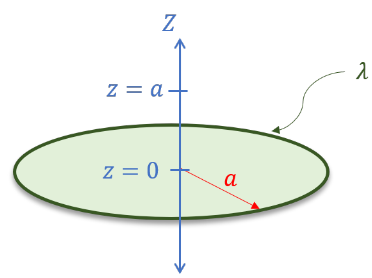


P4. [**De todo un poco**]
Sea un aro de radio a cargado con densidad de carga λ.

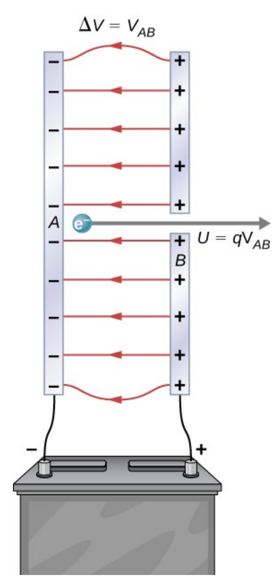
(i) Determine el trabajo que se requiere para traer una carga q desde el infinito hasta un punto sobre el eje del aro, a distancia a del centro del mismo.

(ii) Encuentre la velocidad mínima que debe darse a una partícula de carga q para que, viajando desde $+\infty$, a lo largo del eje, logre traspasar el aro.

(iii) Argumente en qué puntos del eje la fuerza ejercida por el aro sobre la carga q es máxima o mínima.



P5. [**Regalo :D**]
Calcule la velocidad final de un electrón libre el cual es acelerado desde el reposo a través de una diferencia de potencial de 100V; su respuesta debe ser numérica, y para ello tendrá que investigar sobre los datos necesarios.



Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2002: Electromagnetismo

Resumen Auxiliar 3

Profesor: Domenico Sapone
Auxiliares: Camila M., Bianca Z.
Ayudantes: Julio D., Gerd H.

Las expresiones $\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r'}}{\|\vec{r} - \vec{r}\|^3} dq$ y $V = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\|\vec{r} - \vec{r}\|} dq$ definen al campo eléctrico y a su potencial, respectivamente. Es importante considerar que: $\vec{r}$ indica la posición de la distribución de carga **donde se desea calcular** el campo eléctrico o su potencial, $\vec{r'}$ indica la posición de la distribución de carga **que genera** el campo eléctrico o potencial, y dq **parametriza la distribución de carga** que genera el campo eléctrico, siendo tal de poder visitarla por completo (ya sea una línea, superficie o volumen); así, $\vec{r'}$ y dq refieren al mismo objeto. Las expresiones tienen sentido al definir lo anterior.

En **electrostática** se cumple que el **campo eléctrico es conservativo**, es decir, su tensión es nula, y por eso satisface $\nabla \times \vec{E} = 0$ y $\varepsilon = \oint_\Gamma \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.

Al ser conservativo, posee un **campo escalar** tal que $\vec{E} = -\nabla V$ y se denomina **potencial**; corresponde al valor que toma una función evaluada en el espacio. Esta relación da cuenta de que el campo eléctrico apunta en la dirección de máximo descenso del potencial, es decir el campo eléctrico indica la dirección en que una carga positiva se movería si se encontrara en ese punto.

La cantidad de interés es el **voltaje o diferencia de potencial (d.d.p.)** ya que es un parámetro **medible** (*flashbacks* de Métodos Experimentales), y está dado por $\Delta V = V(r) - V(r_{ref}) = -\int_{r_{ref}}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l}$.

Para calcular una d.d.p. es necesario hacerlo **con respecto a una referencia** (en general, y en otros contextos, las mediciones de los parámetros siempre son con respecto a otra cosa). Cuando las distribuciones de carga son acotadas en el espacio, es posible **tomar la referencia en infinito**, ya que no hay carga, y el potencial es cero (salvo en el caso de un plano infinito), como en una esfera o un cilindro (aunque para este último suele ser útil considerar como referencia el potencial en el manto, de ser conocido). Notar que cuando un componente está "conectado a tierra", se tiene la convención de que está a potencial cero.

Con las ecuaciones anteriores, es posible notar que, **integrando** se puede obtener el potencial mediante el campo eléctrico, o bien que **derivando** se puede obtener el campo eléctrico mediante el potencial. La opción más conveniente siempre dependerá de los datos del problema.

Cuando se hable de trabajo en este contexto, es referido al ejercido por la fuerza eléctrica. Ya que en un campo electrostático la tensión es siempre nula, vale decir, es conservativo, el trabajo realizado por la fuerza eléctrica para llevar una carga **a lo largo de una trayectoria cerrada** (su posición inicial y final son iguales) es nulo.

La expresión $q\Delta V^{A\to B} = \Delta U^{A\to B}$ indica que una carga puntual puesta en un campo eléctrico posee una energía potencial proporcional al potencial.

La expresión $W^{A\to B} = -q\Delta V^{A\to B}$ indica que el potencial representa la cantidad de trabajo, por unidad de carga, necesario para desplazar dicha carga de un lugar en el espacio a otro.

La expresión $W^{A\to B} = -\Delta U^{A\to B}$ surge naturalmente de las fuerzas conservativas.