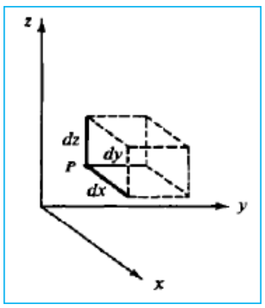
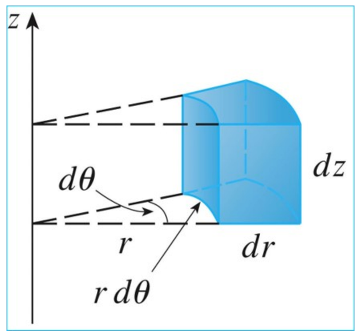
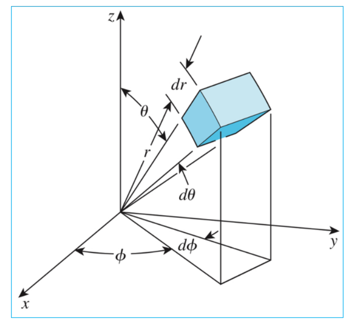
Auxiliar 1

Fecha: 15 de marzo de 2024
Profesor: Domenico Sapone
Auxiliares: Camila M., Bianca Z.
Ayudantes: Julio D., Gerd H.

P1. **[Sistemas de coordenadas]**
Identifique cada sistema de coordenadas y deduzca los elementos de línea, superficie y volumen para cada uno.







P2. **[Integrales comunes]**
Sea a un parámetro. Resuelva las siguientes integrales:

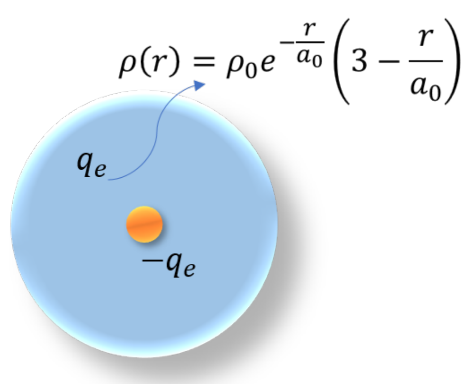
a) Le será útil realizar un cambio de variable adecuado:

$$\textbf{i)}\ \int \frac{x}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\,dx \qquad \textbf{ii)}\ \int \frac{x}{(a^2+x^2)^{\frac{1}{2}}}\,dx \qquad \textbf{iii)}\ \int \frac{1}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\,dx$$

b) Le podría ser útil identificar el sistema de coordenadas aplicado:

$$\textbf{i)}\ \int_0^{2\pi} \hat{\rho}\,d\theta \qquad \textbf{ii)}\ \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \operatorname{sen}(\theta)\,d\theta d\phi$$

P3. **[¡Integrando con sentido!]**
Existe un modelo (muy anticuado y poco realista) para un átomo de hidrógeno, el cual sugiere que está compuesto por: una nube con carga positiva q_e distribuida en una esfera de radio $R = 3a_0$ y caracterizada por una densidad de carga volumétrica dada por $\rho = \rho_0 e^{-\frac{r}{a_0}}\left(3 - \dfrac{r}{a_0}\right)$, y un electrón de carga $-q_e$ y masa m_e, como se muestra en la figura. Considerando que la distribución de carga se anula en $r = 3a_0$ y que a_0 es una constante conocida como el radio de Bohr, determine la constante ρ_0.

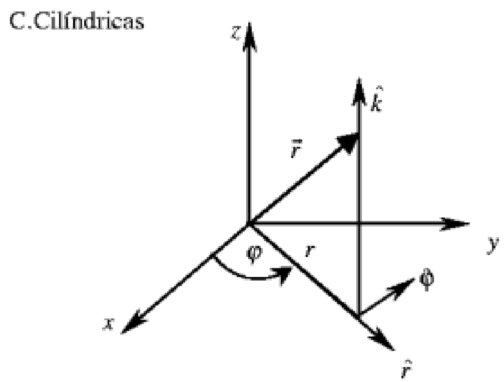


Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2002: Electromagnetismo

Formulario Matemático

1. Sistemas de Coordenadas

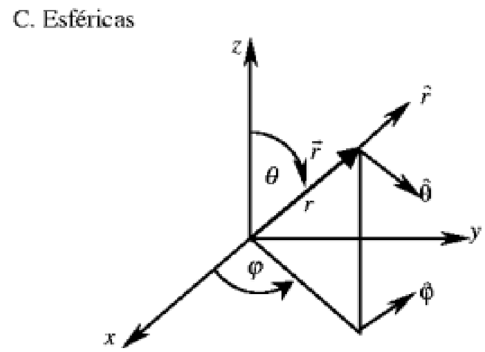
(1) **Sistemas de Coordenadas Cilíndricas.**



Coordenadas Cilíndricas

$$\vec{r} = r\hat{r} + z\hat{k}$$
$$x = rcos(\varphi)$$
$$y = rsen(\varphi)$$
$$z = z$$

(2) **Sistemas de Coordenadas Esféricas.**



Coordenadas Esféricas

$$\vec{r} = r\hat{r}$$
$$x = rsen(\theta)cos(\varphi)$$
$$y = rsen(\theta)sen(\varphi)$$
$$z = rcos(\theta)$$

1.1. Elementos Diferenciales.

1.1.1. De línea.

(1) **Cartesianas.**

$$d\vec{l} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}$$

(2) **Cilíndricas.**

$$d\vec{l} = dr\hat{r} + rd\theta\hat{\theta} + dz\hat{k}$$

(3) **Esféricas.**

$$d\vec{l} = dr\hat{r}+rd\theta\hat{\theta}+rsen(\theta)d\varphi\hat{\varphi}$$

1.1.2. De Superficie.

(1) **Cartesianas.**

$$d\vec{S} = dydz\hat{i} + dxdz\hat{j} + dxdy\hat{k}$$

(2) **Cilíndricas.**

$$d\vec{S} = rd\theta dz\hat{r} + drdz\hat{\theta} + rd\theta dr\hat{k}$$

(3) **Esféricas.**

$$d\vec{S} = r^2sen(\theta)d\theta d\varphi\hat{r} + rsen(\theta)drd\varphi\hat{\theta} + rd\theta dr\hat{\varphi}$$

1.1.3. De Volumen.

(1) **Cartesianas.**

$$dV = dxdydz$$

(2) **Cilíndricas.**

$$dV = rdrd\varphi dz$$

(3) **Esféricas.**

$$dV = r^2sen(\theta)drd\varphi d\theta$$