FI2002-1 Electromagnetismo
Profesor: Claudio Romero Z.
Auxiliares: Felipe Carrasco & Rodrigo Catalán.
Ayudante: Joaquín Camhi.

Auxiliar 10+1: Suban las notas!!!

6 de mayo de 2024

Resumen

- **Momento dipolar:** El dipolo eléctrico es una distribución de carga que puede ser continua o discreta. El caso más son dos cargas puntuales $+q$ y $-q$ separadas una distancia d, el cual se le asocia un vector $\vec{p}$ llamado momento dipolar definido por:
$$\vec{p} = q \cdot \vec{d}$$
Para distribuciones más complejas, sean discretas o continuas, la expresión del momento dipolar viene dada por:
$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} q_i \vec{r}_i \qquad\qquad \vec{p} = \int \vec{r}\,'dq(\vec{r}\,')$$

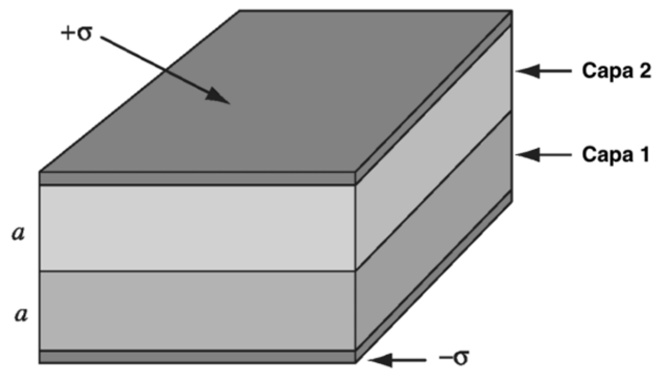
- **Vector de polarización:** Las moléculas (o dipolos) que componen los materiales **dieléctricos** (o aislantes, pues no poseen cargas libres y no conducen la electricidad), en presencia de un campo eléctrico se alinean, lo que se conoce como polarización del material. Este efecto puede ser cuantificado mediante el vector de polarización, el cual se define como:
$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$$

- **Densidades de carga de polarización o carga ligada:** La presencia del vector de polarización $\vec{P}$ causa el surgimiento de densidades de carga ligada volumétricas y superficiales, las cuales se determinan según:
$$\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P} \qquad\qquad \sigma_p = \vec{P}\Big|_{borde} \cdot \hat{n}$$
Siendo $\hat{n}$ el vector unitario que **sale** del material dieléctrico.

- **Vector desplazamiento:** El efecto que se produce en el material dado el campo eléctrico y su vector de polarización puede ser calculado mediante el vector desplazamiento, definido por:
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$
En materiales lineales se cumple $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$, siendo χ_e la susceptibilidad eléctrica. Definiendo $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ como la constante dieléctrica y $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ la permitividad del material, el vector desplazamiento se puede escribir de la siguiente manera:
$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$
Este nuevo vector permite generalizar la Ley de Gauss:
$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{libre} \qquad\qquad \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{libre}$$
Y con esto, las condiciones de borde quedan:
$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad \iff \quad E_{1t} = E_{2t}$$
$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma_S \quad \iff \quad D_{2n} - D_{1n} = \sigma_S$$

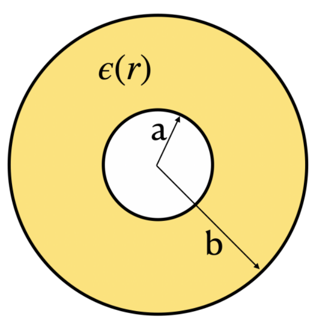
Problemas

1. Un condensador plano se llena con dos capas de material dieléctrico como se muestra en la Figura. La capa 1 tiene una constante dieléctrica igual a 2, mientras que la capa 2 tiene una constante dieléctrica de 1.5. El conductor superior tiene una densidad de carga libre σ y el inferior $-\sigma$



   a) Calcule el vector desplazamiento $\vec{D}$ en cada capa.
   b) Calcule el campo eléctrico $\vec{E}$ en cada capa.
   c) Calcule el vector polarización $\vec{P}$ en cada capa.
   d) Encuentre la ubicación y magnitud de todas las densidades de carga de polarización.
   e) Con la distribución completa de cargas libres y de polarización, obtenga el valor del campo eléctrico y confirme el resultado obtenido en b).

2. El condensador de la figura se compone de dos cáscaras conductoras esféricas de radios a y b. El espacio entre ellas está relleno con un dieléctrico lineal que varia con la siguiente forma funcional $\epsilon(r) = m + \frac{n}{r^2}$.



   a) Determine los valores de m y n para que $\epsilon(a) = \epsilon_0$ y $\epsilon(b) = \epsilon_1$, donde ϵ_0 y ϵ_1 son conocidos.
   b) Calcule la capacidad del sistema.
   c) Determine las densidades de carga de polarización en las interfaces entre los conductores y el dieléctrico para el caso en que los conductores están a una diferencia de potencial V_0 conocida, siendo el conductor interno el de mayor potencial.