FI2002-5 Electromagnetismo
Profesor: Claudio Romero Z.
Auxiliares: Felipe Carrasco & Rodrigo Catalán.
Ayudante: Joaquín Camhi.

Auxiliar 7: NombreImprovisado.txt

12 de abril de 2024

Resumen

- **Energía electrostática:** Para una distribución de carga, corresponde al trabajo que se debe realizar para trasladar esa carga desde regiones de potencial cero al lugar que ocupa en la distribución. Para un sistema de N cargas puntuales, la energía estará dada por:

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i V(\vec{r}_i)$$

Mientras que para distribuciones continuas, se tienen las siguientes expresiones:

$$U = \frac{1}{2}\int_\Omega V(\vec{r})dq(\vec{r}) = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_V |\vec{E}|^2 dV$$

Conociendo la capacidad C de un sistema determinado, se cumplen las siguientes relaciones:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

- **Ecuación de Poisson:** Si en la Ley de Gauss, en su forma diferencial, se reemplaza su relación con el potencial ($\vec{E} = -\nabla V$) se obtiene:

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

En el caso particular de $\rho = 0$ se obtiene la ecuación de **Laplace**:

$$\nabla^2 V = 0$$

- **Condiciones de borde para $\vec{E}$:** Sean los campos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ a cada lado de una interfaz que separa dos medios, y sea $\hat{n}$ el **vector unitario normal a la superficie** que **va del medio 1 al 2**. Las condiciones de borde para el campo eléctrico son:

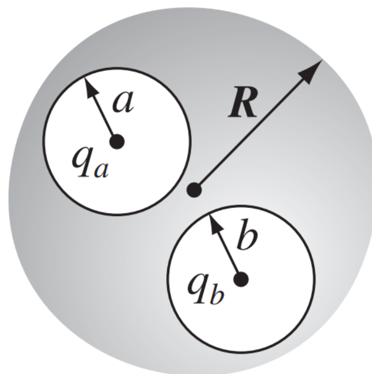
$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad E_{t2} - E_{t1} = 0$$

$$\hat{n} \cdot (\varepsilon_2\vec{E}_2 - \varepsilon_1\vec{E}_1) = \sigma_S \quad \Longleftrightarrow \quad \varepsilon_2 E_{n2} - \varepsilon_1 E_{n1} = \sigma_S$$

* Recordando que todo vector se puede escribir en sus componentes normal ($\hat{n}$) y tangencial ($\hat{t}$) a una superficie, es decir, $\vec{E} = E_n\hat{n} + E_t\hat{t}$.

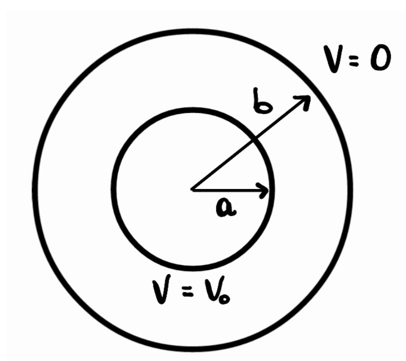
Problemas

1. **Griffiths 2.39.** Dos cavidades esféricas de radios a y b son perforadas al interior de una esfera conductora no cargada de radio R. Al centro de cada cavidad se coloca una carga puntual q_a y q_b respectivamente.



   a) Encuentre las densidades de carga superficiales σ_a, σ_b y σ_R.
   b) ¿Cuál es el campo fuera del conductor?
   c) ¿Cuál es el campo dentro de cada cavidad?
   d) ¿Cuál es la fuerza sobre q_a y q_b?
   e) ¿Cuál de estas respuestas cambiaría si colocásemos una tercera carga q_c cerca del conductor?

2. Para la estructura de cable coaxial presente en la Figura, de largo L y diferencia de potencial V_0 entre las placas conductoras en $r = a$ y $r = b$. Determine:



   a) Potencial y campo eléctrico para $a < r < b$.
   b) Energía acumulada en el sistema.
   c) Capacitancia del sistema en base a la energía.
   d) Carga total acumulada en cada placa conductora.
   e) Capacitancia del sistema en base a la carga.

Hint: El operador laplaciano en coordenadas cilíndricas está dado por:

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}$$

Mientras que el gradiente es:

$$\nabla\phi = \frac{\partial\phi}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\hat{z}$$