FI2001-5 Mecánica.
Profesor: Marcel Clerc.
Auxiliares: Manuel Díaz, Roberto Gajardo.

Auxiliar 20: Preparación examen.

12 de Julio del 2024

P1.- Auto-interacción de un electrón liviano en plataforma rotativa:

La 2da ley de Newton para un electrón interactuando con su propio campo eléctrico es:

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m_{\text{e}}\ddot{\vec{r}} + \frac{1}{\alpha}\dddot{\vec{r}}$$

En esta expresión $\vec{r}$ es la posición del electrón medida desde un sistema de referencia inercial S, α es una constante que da cuenta de la intensidad de la autointeracción, m_{e} es la masa del electrón, y $\vec{F}_{\text{neta}}$ es la fuerza neta que siente el electrón. Ahora, considere un sistema de referencia no inercial S' (en donde la posición del electrón es $\vec{r}'$) que comparte origen con S, pero cuyos vectores unitarios rotan con una velocidad angular $\vec{\Omega}$ con respecto a los vectores unitarios del sistema de referencia inercial.

a) Para el caso en el cual se desprecia la inercia (es decir, $m_e\ddot{\vec{r}} = \vec{0}$) y la velocidad angular $\vec{\Omega}$ es constante, encuentre la 2da ley de Newton válida en el sistema de referencia no inercial S'.

b) Si aplicamos un campo magnético externo aparece una fuerza $\vec{F} = q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$, donde q es la carga del electrón y $\vec{v}$ es la velocidad del electrón en el sistema de referencia inercial S. Para el caso donde $\vec{B}$ es paralelo al eje de rotación con intensidad B_0, y considerando una rotación muy lenta (es decir, $|\vec{\Omega}| \ll 1$) encuentre la ecuación de movimiento para las componentes de la posición en el plano de rotación.

P2.- Péndulo de Kapitza:

Considere un péndulo simple de longitud ℓ y masa m, cuyo punto de pivote oscila verticalmente de forma armónica con una amplitud A y frecuencia ω.

a) Encuentre la ecuación de movimiento para el ángulo de desviación θ con respecto a la vertical.

b) Cuando se consideran simultáneamente los límites $A \ll \ell$ y $\omega \gg \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ el ángulo de perturbación puede escribirse como $\theta = \phi + \xi$, donde $\xi \ll 1$ es una perturbación de alta frecuencia que puede representarse de la siguiente forma:

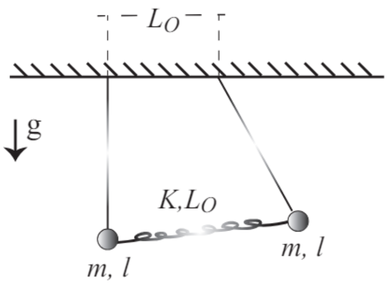
$$\xi(t) = \frac{A}{\ell}\sin(\phi)\sin(\omega t)$$

Dado que ω es muy grande, podemos asumir que en un tiempo $\frac{2\pi}{\omega}$ el ángulo ϕ es prácticamente constante. Con todo esto, encuentre la ecuación de movimiento para ϕ.

c) Muestre que bajo estas condiciones el punto $\theta = \pi$ es un punto de equilibrio estable, y encuentre la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a este equilibrio.

P3.- Péndulos acoplados:

Considere dos péndulos ideales idénticos de longitud ℓ y masa m, los cuales tienen sus pivotes en la misma línea horizontal. Los puntos de soporte de los péndulos están separados por una distancia ℓ_0, mientras que las partículas están conectadas a través de un resorte de constante elástica k y longitud natural ℓ_0, tal como se muestra en la siguiente figura:



a) Encuentre la ecuación de movimiento para la desviación de cada péndulo con respecto a la vertical.

b) Aplique la condición de pequeñas oscilaciones para encontrar las ecuaciones de movimiento que presentan modos normales.

c) Encuentre las frecuencias y modos normales de oscilación del sistema.