

FI2001-5 Mecánica.

Profesor: Marcel Clerc.

Auxiliares: Manuel Díaz, Roberto Gajardo.



## Auxiliar 10: Leyes de Kepler

15 de mayo de 2024

### P1.- Balón sobre el aro (Pendiente del auxiliar 9):

Un balón de basketball rueda sin resbalar alrededor de un aro de radio  $R$ . El balón rota de tal manera que el punto de contacto traza una circunferencia en la pelota, y el centro de masas rota con frecuencia angular  $\Omega$ , en sentido antihorario visto desde arriba. El plano asociado a la circunferencia que traza el punto de contacto está a un ángulo  $\theta$  de la horizontal. El balón se puede modelar como una esfera hueca de radio  $r$  y de densidad de masa  $\rho_0$ . Para sus cálculos, considere gravedad en el problema.

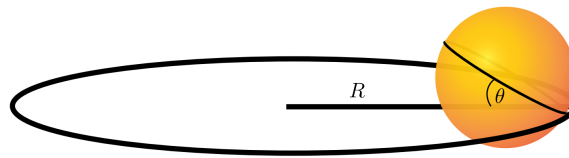


Figura 1: Representación esquemática de balón de basketball sobre el aro.

- Calcule el torque del balón con respecto a su centro de masas dado por la gravedad y las fuerzas de contacto.
- Determine el vector velocidad angular  $\vec{\omega}$  que describe la rotación del balón relativa a un sistema inercial. Exprese su respuesta en términos de  $\Omega$ ,  $R$ ,  $r$  y vectores unitarios. Hint: Considere el sistema de referencia en donde el centro de masas está en reposo, y luego obtenga el resultado en el sistema pedido.
- Calcule la masa total  $M$  y el momento angular total  $\vec{L}$ .
- Encuentre  $\Omega$  en términos de  $g$ ,  $R$ ,  $r$  y  $\theta$ .

### P2.- Leyes de Kepler en sistemas planetarios:

- Muestre a partir de las leyes de Kepler que para un planeta en órbita la magnitud y dirección del momento angular se conservan.
- Considere dos partículas puntuales de masas  $m_1$  y  $m_2$ , las cuales interactúan a través de una fuerza central de atracción de magnitud constante  $f_0$ , como se ilustra en la figura 2. Muestre que este sistema satisface la segunda ley de Kepler.

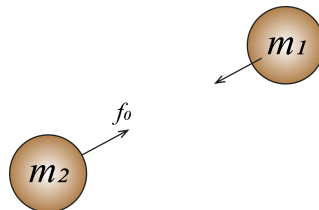


Figura 2: Esquema de partículas interactuando por una fuerza central  $f_0$ .