

FI2001-5 Mecánica.

Profesor: Marcel Clerc.

Auxiliares: Manuel Díaz, Roberto Gajardo.



Auxiliar 9: Preparación Control 1

13 de mayo de 2024

P1.- Análisis de resorte no lineal:

Una partícula de masa m se encuentra atada a un resorte no Hookiano de largo natural l_0 , cuya fuerza se describe por

$$F_r = -k_1(x - l_0) + k_3(x - l_0)^3 \quad (1)$$

(2)

Con k_1 de dimensiones $\left[\frac{\text{Newton}}{m}\right]$ y $k_3 \left[\frac{\text{Newton}}{m^3}\right]$.

- Encuentre los equilibrios del sistema, analice su estabilidad y bosqueje el espacio de fase.
- Encuentre la energía del sistema y deduzca a partir de ella las soluciones del sistema en su forma integral (no resuelva la integral). **Hint:** La fuerza en un sistema conservativo se puede expresar como $\vec{F} = -\nabla V = -\partial_x V \hat{x} - \partial_y V \hat{y} - \partial_z V \hat{z}$, con V la energía potencial.
- Que pasa con los equilibrios si se añade roce húmedo?.

P2.- Volante regulador de un reloj:

Un regulador de relojería emplea un peso vibrante en el extremo de un eje horizontal accionado por un volante (es decir, que gira uniformemente), como se muestra en la Figura 1. Este peso vibrante se emplea utilizando un resorte plano, que tiene una constante de resorte k y no puede torcerse ni doblarse excepto en una dirección perpendicular a su lado plano (relajado). La velocidad angular ω del eje, accionado externamente, aumenta gradualmente hasta un cierto punto de máxima oscilación de la masa (resonancia). Además, se considera la fricción del aire (roce húmedo), la cual disipa la energía de entrada. Puede suponer que la desviación del resorte es tan pequeña que éste se encuentra siempre en su régimen lineal.

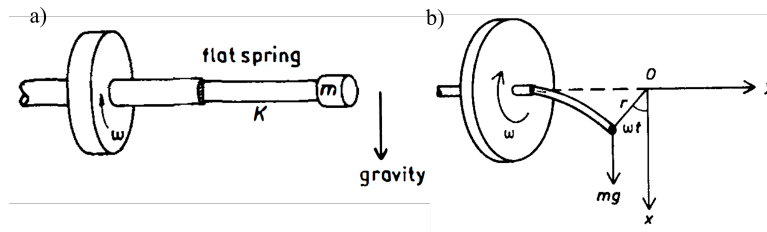


Figura 1: Representación esquemática de resorte regulador. a) sistema de resorte sobre base rotatoria. b) deformación del resorte producto de la gravedad.

- Encuentre la ecuación que describe al sistema.
- Encuentre la solución y estudie como la amplitud depende de la velocidad angular ω .

P3.- Balón sobre el aro:

Un balón de basketball rueda sin resbalar alrededor de un aro de radio R . El balón rota de tal manera que el punto de contacto traza una circunferencia en la pelota, y el centro de masas rota con frecuencia angular Ω , en sentido antihorario visto desde arriba. El plano asociado a la circunferencia que traza el punto de contacto está a un ángulo θ de la horizontal. El balón se puede modelar como una esfera hueca de radio r y de densidad de masa ρ_0 . Para sus cálculos, considere gravedad en el problema.

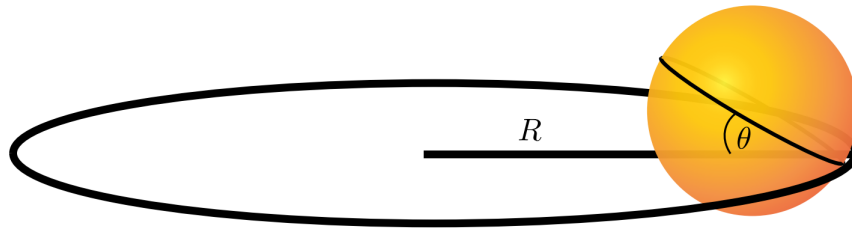


Figura 2: Representación esquemática de balón de basketball sobre el aro.

- Calcule el torque del balón con respecto a su centro de masas dado por la gravedad y las fuerzas de contacto.
- Determine el vector velocidad angular $\vec{\omega}$ que describe la rotación del balón relativa a un sistema inercial. Exprese su respuesta en términos de Ω , R , r y vectores unitarios. Hint: Considere el sistema de referencia en donde el centro de masas está en reposo, y luego obtenga el resultado en el sistema pedido.
- Calcule la masa total M y el momento angular total $\vec{L}$.
- Encuentre Ω en términos de g , R , r y θ .