

FI2001-5 Mecánica.

Profesor: Marcel Clerc.

Auxiliares: Manuel Díaz, Roberto Gajardo.



Auxiliar 2: Mecánica Newtoniana y espacios de fase

25 de marzo de 2024

P1.- Correcciones Newtonianas a la caída de una manzana:

La ley de atracción universal enunciada por Newton postula que dos cuerpos de masas m y M , cuyos centros de masa están separados a una distancia r , se atraen con una fuerza directamente proporcional a las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia anteriormente mencionada. Entonces, la fuerza que siente un objeto de masa m atraído por la Tierra (de masa M_t y radio R_t) es

$$\vec{F}(r) = -\frac{GM_t m}{r^2} \hat{r}.$$

donde M_t es la masa de la tierra, r distancia del centro de la Tierra y el objeto, G constante de gravitación universal y \hat{r} el vector unitario normal a la superficie de la tierra. Newton, para describir en forma más aproximada la caída libre de una manzana sobre la superficie debe tomar en cuenta la curvatura de la tierra. Considere que la manzana es lanzada sobre la superficie de la Tierra a una altura h con una condición inicial arbitraria ($h \ll R_t$). Por medio de usar un **sistema de coordenadas cartesianas** sobre la superficie de la Tierra, encuentre las ecuaciones de movimiento debido a las correcciones de la curvatura de la Tierra (primeras correcciones a las ecuaciones de movimiento), en particular, describa cómo se comporta en la dirección horizontal. Una vez establecidas las ecuaciones de movimiento, encuentre la solución analítica.

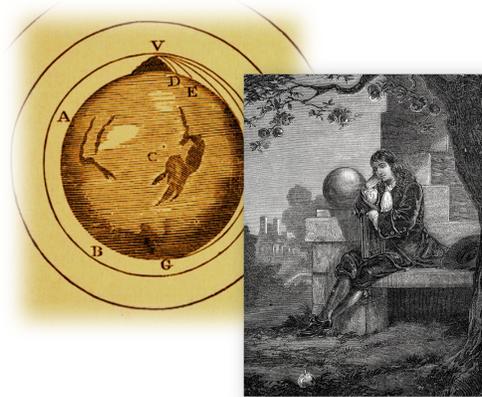


Figura 1: Newton: mmmmmmmmm.....

P2.- Caída libre con roce cerca del ecuador:

Al caer libremente desde grandes alturas, la fuerza gravitatoria se ve contrarrestada por el roce con el aire. Este roce o fuerza de arrastre hace que, por ejemplo, un paracaidista no supere los $200 - 400 [km/s]$ (dependiendo de su postura).

- Modelando la fuerza de arrastre como un arrastre de Stoke, es decir $\propto \vec{v}$ encuentre y resuelva la(s) ecuación(es) de movimiento de una partícula en caída libre.
- Bosqueje y describa el espacio de fase.

- c) Para obtener un modelo más realista de caída libre cerca de la superficie terrestre debemos considerar que la Tierra está rotando de oeste a este, de tal forma que aparecen efectos no inerciales. Estos efectos, llamado efecto Coriolis, se modelan a través de una fuerza $F_c = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$, donde \vec{v} es la velocidad de la partícula y ω es la velocidad angular de la Tierra. Tomando una partícula cerca del ecuador, y considerando que los efectos de la rotación no afectan a la dirección perpendicular a la superficie terrestre, encuentre explícitamente la desviación lateral en función del tiempo. En el caso de caída libre encuentre el lugar geométrico que describe la partícula en un plano paralelo a la dirección de la gravedad. Aproxime de ser necesario

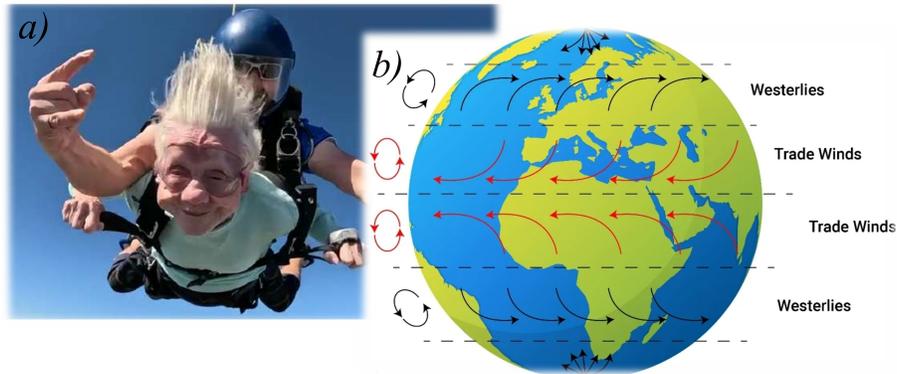


Figura 2: a) Viejita en caída libre. b) Ilustración de efecto Coriolis en la tierra.